

## FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS II

Relación 2 2005/2006

1. Con las cifras 1, 3, 5 y 7, ¿cuántos número de tres cifras pueden formarse?  
¿Cuánto suman todos ellos?
2. Con las cifras 0,1,2,3 y 4, ¿cuántos números de cinco cifras distintas pueden formarse?
3. Reordenando las letras de la palabra PATATA, ¿cuántas palabras pueden formarse?
4. ¿Cuántas quinielas diferentes podemos formar de modo que contengan 8 unos, 4 equis y 2 doses?
5. De una clase de 25 alumnos hay que elegir cuatro para formar una comisión que se encargue de organizar una excursión. ¿De cuántas formas puede formarse?
6. Disponemos de 12 bolas diferentes y dos cajas: a)¿De cuántas formas se pueden colocar 7 bolas en una caja y 5 en la otra? b) ¿De cuántas se pueden colocar 5 bolas en cada caja?
7. ¿Cuántos números hay en el sistema binario que tengan menos de seis cifras?
8. ¿De cuántas maneras pueden bajarse del ascensor cuatro personas que lo toman en la planta baja de un edificio de siete plantas?
9. Se lanza una moneda seis veces y se anotan ordenadamente los resultados obtenidos. ¿De cuántas formas distintas pueden obtenerse cuatro caras y dos cruces?
10. En un curso de 28 alumnos y 8 profesores, ¿cuántas comisiones pueden formarse de 4 alumnos y 2 profesores? ¿En cuántas de esas comisiones figura el profesor de Matemáticas y el alumno más trabajador?
11. El juego del dominó consiste en fichas que varían desde la blanca-doble hasta el seis-doble. ¿Cuántas fichas contiene?
12. ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas y que no empiecen por 0, tienen dos cifras pares y dos impares? ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas constan de una cifra par y de tres impares?
13. ¿De cuántas formas pueden subir al autobús una familia compuesta por el matrimonio y sus tres hijos? ¿Y si los padres deben ocupar los lugares primero y último?
14. Dos amigos han establecido un código secreto que consta de ocho símbolos distintos.

- a) ¿Cuántos mensajes pueden enviarse utilizando tres símbolos diferentes?
  - b) ¿Cuántos mensajes de cinco símbolos pueden hacer, si pueden repetir los símbolos?
  - c) Han decidido que en cada mensaje no puede repetirse ningún símbolo, pero pueden enviarlos con un sólo símbolo, con dos, con tres, etc... ¿Cuántos mensajes distintos pueden hacer de esta forma?
15. En una clase de 18 alumnos se procede a la elección de delegado entre los tres alumnos que se presentan como candidatos, que no pueden votar. ¿Cuántas votaciones distintas puede haber, si:
- a) no se permite el voto en blanco?
  - b) se permite el voto en blanco?
16. En un ordenador cada carácter suele traducirse como una secuencia de 8 dígitos formada por ceros y unos. ¿Cuántos bytes distintos se pueden formar?
17. ¿De cuántas formas podían haberse sentado los Apóstoles en la última cena, manteniendo a Jesús en el centro de la mesa? ¿Cuánto tiempo emplearían en sentarse de todas esas formas posibles si se cambian sin parar una vez cada minuto?
18. ¿Cuántos números comprendidos entre 1000 y 10000 no tienen ninguna cifra repetida?

## Probabilidad

19. **Elección de cargos.-** Supóngase que un club consta de 25 miembros y que se ha de elegir de la lista de miembros un presidente y un secretario. Se determinará el número total de formas posibles en que estos dos cargos se pueden ocupar.
20. **Ordenamiento de libros.-** Supóngase que se quieren ordenar en una estantería seis libros distintos.
21. **Muestreo con reemplazamiento.-** Considérese ahora el siguiente experimento: Una urna contiene  $n$  bolas numeradas  $1, \dots, n$ . En primer lugar, se selecciona al azar una bola de la urna y se anota su número. Esta bola es devuelta a la urna y se selecciona otra (es posible que la misma bola sea seleccionada otra vez). Se pueden seleccionar de esta manera tantas bolas como se desee. Este proceso se denomina *muestreo con reemplazamiento*. Se supone que las  $n$  bolas tienen las mismas posibilidades de ser seleccionadas en cada etapa y que cada selección se realiza independientemente de las demás.  
  
Supóngase que hay que realizar un total de  $k$  selecciones, donde  $k$  es un entero positivo.  
  
Para el experimento que se acaba de describir se determinará la probabilidad de que las  $k$  bolas seleccionadas tengan números distintos.
22. **El problema del cumpleaños.-** Se trata de determinar la probabilidad  $p$  de que al menos dos personas de un grupo de  $k$  ( $2 \leq k \leq 365$ ) hayan nacido el mismo día del mismo mes, pero no necesariamente del mismo año. Para resolver este problema, debe suponerse que los cumpleaños de las  $k$  personas no están relacionados (en particular, debe suponerse que no hay gemelos presentes) y que los 365 días del año tienen las mismas posibilidades de ser el cumpleaños de cualquier persona del grupo. Por tanto, debe ignorarse el hecho de que la tasa de natalidad realmente varía durante el año y debe suponerse que para aquellos que en realidad han nacido el 29 de febrero se considerará su cumpleaños es otro día, por ejemplo el 1 de marzo.