



RELACIÓN DE PROBLEMAS nº 4

VARIABLES ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

1.- La variable $X =$ “nº de hijos por familia de una cierta ciudad” tiene como distribución de probabilidad:

X	0	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	0'47	0'30	0'10	0'06	0'04	0'02	0'01

Calcular:

- Media. ¿Qué significado tiene este número?
- Varianza y desviación típica
- Suponiendo que el ayuntamiento de la ciudad paga 12 euros por hijo y que $Y = 12 X$, ¿Qué representa Y ? ¿Cuál es su distribución de probabilidad?
- Media y desviación típica de Y .

2.- Supóngase que la acumulación de toxinas en una cierta especie criada en determinado medio es tal que la variable $X =$ “edad de un individuo en el momento de su muerte” (medida en unidades arbitrarias), tiene por función de densidad. $f(x) = cx$ si $1 < x < 2$ y 0 en los demás casos. Calcular:

- c , la función de distribución y la varianza de la distribución.
- Representar gráficamente $F(x)$ y $f(x)$.
- Si un individuo alcanza la edad de 1'5 años, ¿cuál es la probabilidad de que muera después de cumplir 1,7 años?

3.- El número de visitas diarias a una página de Internet es una variable aleatoria con esperanza 150 y con varianza 14'6.

- ¿Cuál es, como mínimo, la probabilidad de que en un día se produzcan entre 145 y 155 visitas?
- ¿Qué probabilidad hay de que haya 160 visitas o más?

4.- Se está considerando las dos reglas siguientes para decidir si aceptar un gran cargamento:

1) se analiza una muestra aleatoria de diez piezas, y sólo se acepta el cargamento si no hay ninguna pieza defectuosa.

2) Se analiza una muestra aleatoria de veinte piezas y sólo se acepta el envío si no hay más de una pieza defectuosa.

¿Cuál de estas reglas tiene una probabilidad menor de aceptar un cargamento que contenga un 20% de piezas defectuosas?

5.- Se sabe que en un proceso de fabricación, en promedio uno de cada 100 artículos está defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que el quinto artículo que se inspecciona sea el primer defectuoso que se encuentra?

6.- La densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua X está dada por la función

$$f(x) = \begin{cases} 1/5 & \text{para } 2 < x < 7 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

- Dibujar su gráfica y verificar que el área total bajo la curva (por encima del eje OX) es igual a 1.
- Encontrar la función de distribución de la variable aleatoria y hacer su gráfica.
- Calcular la probabilidad $P(3 < X < 5)$
- Calcular la esperanza matemática y la varianza de X

7.- La función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua X está dada por la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{x}} & \text{para } 0 < x < 4 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

- Encontrar el valor de c
- Encontrar la función de distribución de X
- Calcular las probabilidades: $P(X < 0.25)$ y $P(X > 1)$
- Calcular la esperanza matemática y la varianza de X

8.- Supongamos que la cantidad de radiación cósmica a la que una persona está expuesta cuando vuela en un jet por Estados Unidos es una variable aleatoria que tiene una distribución normal con una media de 4.35 mrem y una desviación típica de 0.59 mrem. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté expuesta a más de 5.20 mrem de radiación cósmica en un vuelo como ese?

9.- En un proceso fotográfico, el tiempo de revelado de impresiones se puede considerar como una variable aleatoria que tiene una distribución normal con media 15.40 segundos y desviación típica 0.48 segundos. Encontrar las probabilidades de que el tiempo que toma en revelar las impresiones sea:

- al menos 16 segundos
- como mucho 14.2 segundos
- cualquier valor entre 15 y 15.8 segundos

10.- En la asignatura de Estadística se ha determinado que las calificaciones se distribuyen según una normal de media 5.5 y desviación típica 1.5. Calcular:

- Entre que calificaciones en torno a la media se encuentra el 90% de los alumnos.
- A partir de qué nota se encontrará el 10% de los alumnos con mejor calificación.

11.- La media de una variable aleatoria normal (X) es 5 veces su desviación típica y $P(X < 6) = 0.84134$. Calcular la media y la desviación típica de X.

12.- Una empresa tiene dos máquinas. La primera produce el 40% de los productos y la otra el resto. La probabilidad de que un producto sea defectuoso es de 0.2 si es producido por la primera máquina y de 0.1 si es producido por la segunda.

- Se toma un lote de tres productos producidos por la misma máquina y hay uno defectuoso. Hallar la probabilidad de que el lote haya sido producido por la primera máquina.
- Se toma un lote de 1000 productos de la primera máquina. Hallar la probabilidad de que menos de 180 sean defectuosos.

13.- En una gran ciudad, el 60% de la población fuma, el 6% tiene bronquitis crónica, y el 4% fuma y tiene bronquitis crónica.

- Hallar la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga bronquitis crónica o sea fumador.
- Elegidos doce individuos de la ciudad, calcular la probabilidad de que fumen al menos dos.
- Si la variable X= “número de fumadores” sigue una distribución normal con media 72 y desviación típica 5.37. Calcular la probabilidad de que fumen más de 80 individuos.

14.- Se sabe que el 25% de las personas con tarjeta de crédito liquidan completamente sus pagos cada mes. Elegidos al azar 15 poseedores de tarjeta de crédito:

- Hallar el número esperado que liquidan mensualmente sus deudas. ¿Cuál es la desviación típica de esta variable?
- Obtener la probabilidad de que ninguno de estos clientes pague todas sus deudas mensualmente.
- Calcular la probabilidad de que el número de personas elegidas que liquida mensualmente sus deudas sea al menos de 2.
- Suponiendo que la variable “número de usuarios que liquidan mensualmente sus deudas” se distribuye según una normal de media 395 y desviación típica 4. ¿Cuál es la probabilidad que liquiden sus deudas mensualmente más de 400 usuarios?