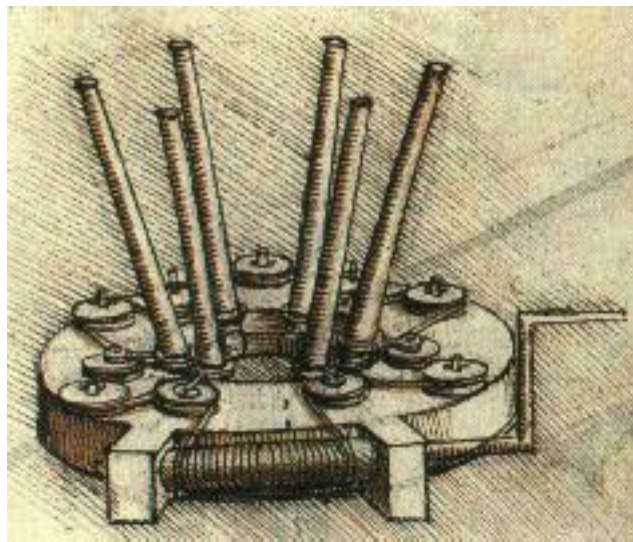


Área de Ingeniería Mecánica
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales
Universidad de Castilla - La Mancha



transmisión



Publio Pintado Sanjuán
julio, 2000

Índice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Necesidades | 1 |
| 1.1 | Introducción | 1 |
| 1.2 | Tipos de Transmisión | 4 |
| 1.2.1 | Transmisión Mecánica | 4 |
| 1.2.2 | Transmisión Hidrodinámica | 5 |
| 1.2.3 | Transmisión Hidrostática | 6 |
| 1.2.4 | Transmisión Eléctrica | 7 |
| 1.3 | Curvas de Potencia y Par | 10 |
| 1.3.1 | Equilibrio Dinámico | 10 |
| 1.3.2 | Curvas Óptimas de Potencia y Par | 13 |
| 1.3.3 | Curvas de Potencia y Par en Motores de Combustión Interna | 15 |
| 1.4 | Relaciones de Transmisión | 20 |
| 1.4.1 | Relaciones Discretas | 20 |
| 1.4.2 | Transmisión Continuamente Variable (CVT) | 26 |
| 2 | Cambios | 29 |
| 2.1 | Cajas de Cambio | 29 |
| 2.1.1 | Trenes de Engranajes | 29 |
| 2.1.2 | Cajas de Cambio Simplificadas | 33 |
| 2.1.3 | Cajas de Cambio Reales | 36 |
| 2.2 | Selección de Marchas | 44 |
| 2.2.1 | Transmisión Mecánica – Caja de Trenes Ordinarios – Accionamiento Manual | 44 |
| 2.2.2 | Transmisión Mecánica – Caja de Trenes Ordinarios – Accionamiento Automático | 46 |
| 2.2.3 | Transmisión Hidrodinámica – Caja de Trenes Epicycloidales – Accionamiento Automático | 47 |
| 2.3 | Embragues de Fricción | 50 |
| 2.3.1 | Embragues con Cierre Mediante Muelles | 50 |
| 2.3.2 | Embragues Centrífugos y Semi-Centrífugos | 52 |
| 2.3.3 | Energía Disipada | 54 |
| 2.4 | Sincronizadores | 58 |
| 2.4.1 | Sincronizador Simple | 58 |
| 2.4.2 | Sincronizador con Rueda de Seguridad | 58 |
| 2.5 | Reductoros | 60 |
| 2.5.1 | Relaciones de Rango | 61 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.5.2 | Relaciones de Medias Marchas | 62 |
| 2.6 | Acoplamientos Hidráulicos y Convertidores de Par | 64 |
| 2.6.1 | Acoplamientos Hidráulicos | 64 |
| 2.6.2 | Convertidores de Par | 69 |
| 2.7 | Embragues Unidireccionales | 73 |
| 2.7.1 | Embragues de Trinquete | 73 |
| 2.7.2 | Embragues de Rodillos y Cuñas | 73 |
| 3 | Direccionamiento y Reparto | 77 |
| 3.1 | Juntas Homocinéticas | 77 |
| 3.1.1 | Junta Cardan y Doble Cardan | 77 |
| 3.1.2 | Junta Weiss | 80 |
| 3.1.3 | Junta Rzeppa | 81 |
| 3.2 | Diferenciales | 85 |
| 3.2.1 | Diferenciales Ordinarios | 86 |
| 3.2.2 | Diferencial Epicycloidal | 88 |
| 3.2.3 | Acoplamientos Viscosos | 89 |
| 3.2.4 | Diferencial Torsen | 93 |
| 4 | Transmisión Continuamente Variable | 99 |
| 4.1 | Transmisión Mecánica Continuamente Variable | 99 |
| 4.1.1 | Sistemas de Rodillos | 99 |
| 4.1.2 | Transmisiones Van Doorne | 101 |
| 4.1.3 | Sistema Epilogics | 103 |
| 4.2 | Transmisión Hidrostática | 104 |
| 4.2.1 | Motor y Bomba Hidráulicos | 104 |
| 4.2.2 | Circuitos Hidráulicos | 107 |
| 4.2.3 | Pérdidas | 113 |
| | Bibliografía | 117 |
| | Índice Alfabético | 119 |

Capítulo 1

Necesidades

1.1 Introducción

Los vehículos de todo tipo están dotados de una planta de potencia para “producir” o transformar la energía necesaria para propulsarlos. En algunos casos (ferrocarriles eléctricos) el vehículo puede tomar energía del exterior y transformarla en energía mecánica de tracción, en otros (automóviles con motor de combustión interna) el propio vehículo transporta un combustible y una planta de potencia capaz de transformar energía potencial en mecánica. Es esta energía mecánica la que se emplea en acelerar el vehículo y en vencer las resistencias al avance. Tanto en el caso de automóviles como en el de ferrocarriles la energía mecánica debe estar disponible en forma de giro de las ruedas porque aquí se transformará en una fuerza longitudinal de tracción. Por otra parte, existen motores eléctricos y motores de combustión que entregan la potencia como giro de su eje de salida. Por tanto, en principio, parece lógico pensar que es posible conectar directamente estos motores a las ruedas. En este caso se puede decir que el sistema de transmisión no existe o que se reduce a un eje de unión. Sin embargo, la conexión directa no siempre es posible ni conveniente.

En ocasiones interasará que la planta de potencia esté ubicada en una zona del vehículo alejada de las ruedas motrices. En otros casos interesará transmitir la potencia a ruedas directrices y, por tanto, será necesario permitir ciertos movimientos relativos entre el motor y las ruedas para no hacer girar todo el motor. Pero incluso en el caso en que la conexión directa no diera lugar a problemas geométricos o constructivos, no suele ser conveniente soportar toda la masa del motor directamente sobre el eje. Esto daría lugar a un incremento de la relación entre las masas “no suspendida” y “suspendida” que no es razonable desde el punto de vista del aislamiento de las vibraciones producidas por la carretera o el carril. Además, la conexión directa impide transmitir potencia a más de una rueda cuando éstas deben girar a distinta velocidad.

Del parrafo anterior se deduce que se necesitan dispositivos para **transmitir** la potencia desde un motor situado en algún lugar del vehículo hasta las distintas ruedas motrices. Son necesarios mecanismos capaces de reorientar el par de salida del motor, mecanismos para repartir y distribuir el par, así como dispositivos para permitir desplazamientos y giros relativos entre el motor y las ruedas. Estos mecanismos y dispositivos forman parte del sistema de transmisión. Sin embargo, algunas plantas de potencia tienen un inconveniente adicional y fundamental que impide la conexión directa a las ruedas. Se trata

de que el rango de velocidades de giro (vueltas, revoluciones) en el que la potencia del motor tiene un valor razonable está limitado. Los motores de combustión interna, por ejemplo, no funcionan por debajo de un determinado número de vueltas. La potencia que suministran a estas velocidades no es suficiente para vencer las resistencias propias del motor. El límite superior de revoluciones puede venir impuesto por la caída en la potencia del motor, o bien, por los problemas de desgaste y calentamiento superficial entre pistón y cilindro. Sea un motor de vehículo pesado en el que el rango factible de revoluciones esté entre los límites $\omega_m^1 = 1000$ rpm (105 rad/s) y $\omega_m^2 = 2196$ rpm (230 rad/s). Si se conectara directamente a las ruedas se tendrían los siguientes límites para la velocidad del vehículo (para ruedas de radio $R = 0.5$ m):

$$v_i = \omega_r^i R = \omega_m^i R = \begin{cases} i = 1, & \omega_m^1 = 105 \text{ rad/s} \Rightarrow v_1 = 52.5 \text{ m/s} = 189 \text{ Km/h} \\ i = 2, & \omega_m^2 = 230 \text{ rad/s} \Rightarrow v_2 = 115 \text{ m/s} = 414 \text{ Km/h} \end{cases}$$

Es evidente que este rango de velocidad no es factible. Se puede pensar que lo único necesario para transformar la velocidad del motor en un rango factible de velocidades para el vehículo es una caja reductora con una relación determinada. Sin embargo, si esta relación es fija, no será posible satisfacer un rango suficientemente amplio. Por ejemplo, si se dispone de una caja reductora con una relación de cambio $r = 0.0825$ entre el motor y las ruedas, tenemos las siguientes velocidades:

$$v_i = \omega_r^i R = r \omega_m^i R = \begin{cases} i = 1, & \omega_m^1 = 105 \text{ rad/s} \Rightarrow v_1 = 15.6 \text{ Km/h} \\ i = 2, & \omega_m^2 = 230 \text{ rad/s} \Rightarrow v_2 = 34.2 \text{ Km/h} \end{cases}$$

que no es suficiente para hacer del automóvil un sistema de transporte competitivo. Sin embargo, si se dispone de una caja reductora en la que se pueda variar la relación de transmisión, aunque sólo sea entre un número reducido de valores, es posible hacer que el rango limitado de velocidades del motor se corresponda con distintos rangos de velocidad del vehículo. Por ejemplo, con una caja en la que se pueda elegir entre tres relaciones de cambio: $r_1 = 0.0825$, $r_2 = 0.145$, y $r_3 = 0.325$, se tendrán los siguientes límites de velocidades en función de la relación de transmisión:

$$v_i^j = \omega_r^{ij} R = r_j \omega_m^i R = \begin{cases} j = 1, r_1 = 0.0825 & \begin{cases} i = 1, & \omega_m^1 = 105 \text{ rad/s} \Rightarrow v_1^1 = 15.6 \text{ Km/h} \\ i = 2, & \omega_m^2 = 230 \text{ rad/s} \Rightarrow v_2^1 = 34.2 \text{ Km/h} \end{cases} \\ j = 2, r_2 = 0.145 & \begin{cases} i = 1, & \omega_m^1 = 105 \text{ rad/s} \Rightarrow v_1^2 = 27.4 \text{ Km/h} \\ i = 2, & \omega_m^2 = 230 \text{ rad/s} \Rightarrow v_2^2 = 60 \text{ Km/h} \end{cases} \\ j = 3, r_3 = 0.325 & \begin{cases} i = 1, & \omega_m^1 = 105 \text{ rad/s} \Rightarrow v_1^3 = 61.4 \text{ Km/h} \\ i = 2, & \omega_m^2 = 230 \text{ rad/s} \Rightarrow v_2^3 = 134.6 \text{ Km/h} \end{cases} \end{cases}$$

Ahora sí es factible utilizar el motor del ejemplo para propulsar un vehículo que pueda circular en un rango amplio y razonable de velocidades. La solución, sin embargo, no es del todo satisfactoria puesto que la velocidad mínima del vehículo es 15.6 Km/h (no puede detenerse sin parar el motor), y puesto que el paso de la segunda a la tercera relación sólo es posible cuando se fuerzan ligeramente los límites impuestos a la velocidad del motor. La solución de este último problema es bien sencilla, basta con modificar las relaciones de transmisión y, si es necesario, utilizar un mayor número de relaciones. La solución al primero de los problemas requiere un dispositivo que permita desligar el motor de la transmisión: un embrague. En realidad se trata de un sistema que permite, no sólo

desconectar, sino establecer una conexión progresiva. De esta manera, se puede utilizar también para suavizar los cambios entre distintas relaciones.

Hasta aquí se ha descrito un posible sistema de transmisión que hace uso de embragues y cajas de cambio con un número discreto de relaciones. Este sistema es muy utilizado en combinación con motores de combustión interna. Sin embargo, no es el único posible. De hecho, el sistema óptimo consiste en una caja de cambios en donde la relación pueda variar de manera continua (infinitas relaciones). Por otra parte, no todas las plantas de potencia necesitan de un embrague. Los motores eléctricos se pueden diseñar de manera que tengan suficiente par de arranque (par a velocidad nula), de manera que no es necesario desconectar el motor de las ruedas cuando el vehículo está parado, basta con interrumpir la corriente. Por otra parte, el control de la potencia puede hacerse mediante métodos eléctricos y, en general, se pueden utilizar con un número muy reducido de relaciones de transmisión o, incluso, sin caja de cambios. Algo parecido puede decirse del motor de vapor que se ha utilizado en la tracción de ferrocarriles durante bastante tiempo. Estos motores transformaban el movimiento alternativo en movimiento de giro en la propia rueda. Se puede decir que el motor de vapor se ha venido utilizando sin hacer uso de ningún elemento de transmisión.

Formalmente se pueden expresar los requerimientos de un sistema de transmisión como alguno (o todos) los siguientes:

1. Permitir desplazamientos y giros relativos entre el motor y las ruedas motrices
2. Hacer posible la desconexión del motor respecto de las ruedas
3. Disponer de varias o infinitas relaciones de transmisión
4. Repartir el par entre las distintas ruedas motrices y permitir que éstas giren a distinta velocidad

Algunos sistemas de transmisión incorporan componentes específicos para cada uno de los requerimientos de la lista anterior. Otros, sin embargo, están configurados de tal manera que el requerimiento en cuestión se hace innecesario o pasa a carecer de sentido.

1.2 Tipos de Transmisión

En este apartado se describen de manera general algunos de los sistemas de transmisión más utilizados. Es posible que en esta descripción se utilicen conceptos, o se nombren dispositivos, con los que algún lector no esté familiarizado. En realidad, el resto del tema se dedica al estudio pormenorizado de cada uno de estos sistemas de transmisión (salvo el eléctrico). Se recomienda, no obstante, leer el apartado y, en todo caso, releerlo al final o siempre que se considere oportuno.

1.2.1 Transmisión Mecánica

La transmisión mecánica hace uso de mecanismos y dispositivos formados por la interconexión de piezas “rígidas”. Se suele utilizar junto con plantas de potencia de ciclo Otto o Diesel, y es uno de los tipos de transmisión más utilizados en vehículos de carretera. Una configuración muy habitual para este tipo de transmisión se muestra esquemáticamente en la Figura 1.1 y puede describirse simplificada de la siguiente manera. El motor de combustión interna hace girar un cigüeñal unido a un volante de inercia. El volante de inercia es, a la vez, la salida del motor y la entrada al embrague de fricción. El embrague permite mantener el motor en funcionamiento aun cuando el vehículo esté parado. Por otra parte, permite diferencias de velocidades transitorias entre su entrada y salida de manera que se puede reestablecer el paso de potencia para poner el vehículo en movimiento. También permite descargar la caja de cambios cuando se produce un cambio de relación.

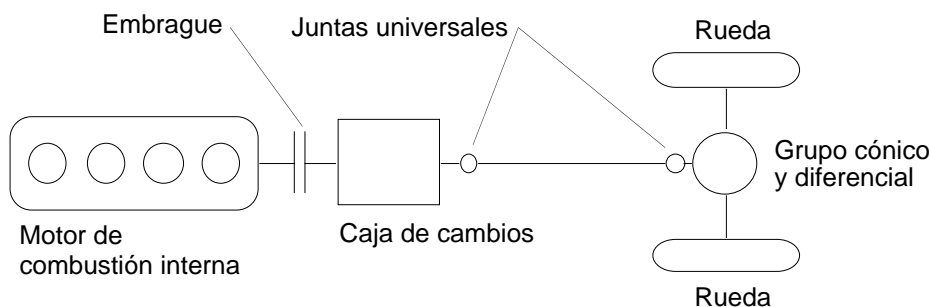


Figura 1.1: Esquema de transmisión mecánica.

Entre la caja de cambios y el eje motriz existen movimientos relativos. Para poder acomodar estos movimientos a la vez que se transmite potencia a las ruedas es necesario disponer de juntas universales. En la transmisión de la figura se observan dos de estas juntas. Cuando la potencia llega al eje motriz sólo resta reducir la velocidad (aumentar el par) y repartir entre las dos ruedas del eje permitiendo diferencias de velocidades entre ellas. La reducción se produce en el grupo cónico, mientras que el reparto se realiza por medio de un diferencial ordinario. Los semiejes (*paliers*) conectan cada una de las salidas del diferencial con la rueda correspondiente.

Si se observa la lista de requerimientos formulada en la sección anterior, se adivina que cada uno de ellos se corresponde con un dispositivo de la transmisión descrita. La correspondencia es:

1. Juntas universales (permitir desplazamientos y giros relativos entre el motor y las ruedas motrices)
2. Embrague (hacer posible la desconexión del motor respecto de las ruedas)
3. Caja de cambios (disponer de varias o infinitas relaciones de transmisión)
4. Diferencial (repartir el par entre las distintas ruedas motrices y permitir que éstas giren a distinta velocidad)

Existen otras muchas configuraciones que se describirán con mayor precisión en las secciones que siguen. No obstante, para centrar el concepto de transmisión mecánica, se comentarán a continuación algunas variantes típicas. En motocicletas de poca potencia, el embrague se acciona automáticamente mediante un dispositivo centrífugo. Cuando el motor gira a muy bajas revoluciones, el embrague se abre y desconecta el resto de la transmisión. Al acelerar el motor, el embrague se cierra progresivamente reestableciendo el paso de potencia. La caja de cambios (conocida como *variador* en este caso) tiene infinitas relaciones en un rango determinado. Se trata de una correa entre dos poleas de diámetro variable. El control de la relación se realiza automáticamente mediante un sistema centrífugo. Como se comentará más adelante, existen variadores con control electro-hidráulico que pueden utilizarse en automóviles de baja potencia.

Muchos vehículos industriales tienen un sistema de transmisión que, básicamente, responde al esquema de la Figura 1.1. Pero, en la actualidad, bastantes diseños incluyen el accionamiento automático o semi-automático de la caja de cambios y el embrague. Tanto el embrague como los embragues de perro están controlados por actuadores hidráulicos. En las versiones semi-automáticas el conductor decide la relación de transmisión a la que quiere pasar, y el sistema electrónico inicia una secuencia de actuaciones que incluye el corte de la inyección, la apertura del embrague, la selección de la relación correspondiente, y cierre del embrague a la vez que se reactiva la inyección. El funcionamiento es totalmente automático cuando, además del proceso descrito, la decisión de la relación más apropiada se genera electrónicamente en función de distintos parámetros de funcionamiento.

Las cajas de cambio en transmisiones mecánicas suelen ser de trenes ordinarios de engranajes. Sin embargo, en algunos casos se utilizan cajas con trenes epicicloidales. Se verá (Sección 2.5), por ejemplo, que la opción epicicloidal es frecuente en cajas auxiliares de vehículos industriales. No obstante, la utilización más usual de cajas epicicloidales es en transmisiones hidrodinámicas como se comentará a continuación.

1.2.2 Transmisión Hidrodinámica

En una transmisión hidrodinámica el motor se conecta a una bomba radial que impulsa un fluido, a alta velocidad, hacia una turbina del mismo tipo. La salida de la turbina se conecta a una caja de cambios de relaciones discretas que suele ser de trenes epicicloidales y accionamiento automático (ver la Figura 1.2). Puesto que no existe un acoplamiento rígido entre motor y caja de cambios, es posible mantener el motor en funcionamiento con el vehículo parado. El par de salida en la turbina es muy bajo cuando el motor funciona al ralentí. Si este pequeño par es capaz de mover el vehículo, basta con aplicar un ligero par resistente en las ruedas (par de frenado) para mantener el vehículo inmóvil. El par resistente en la bomba no es capaz de parar (calar) el motor. Tampoco será necesaria la desconexión mecánica (ni el corte de inyección) en los cambios sucesivos de relación. Esto

es así porque el acoplamiento bomba–turbina (acoplamiento hidráulico) admite diferencias de velocidades entre su entrada y salida. Un cambio de relación se traduce en la variación del par transmitido en el acoplamiento, lo que da lugar a una variación más o menos brusca en la fuerza de tracción (“tirón”). Esta variación de la tracción no llega, en condiciones normales, a valores molestos para los pasajeros, ni sobrecarga excesivamente el resto de componentes de la transmisión, es decir, el cambio se produce con cierta suavidad.

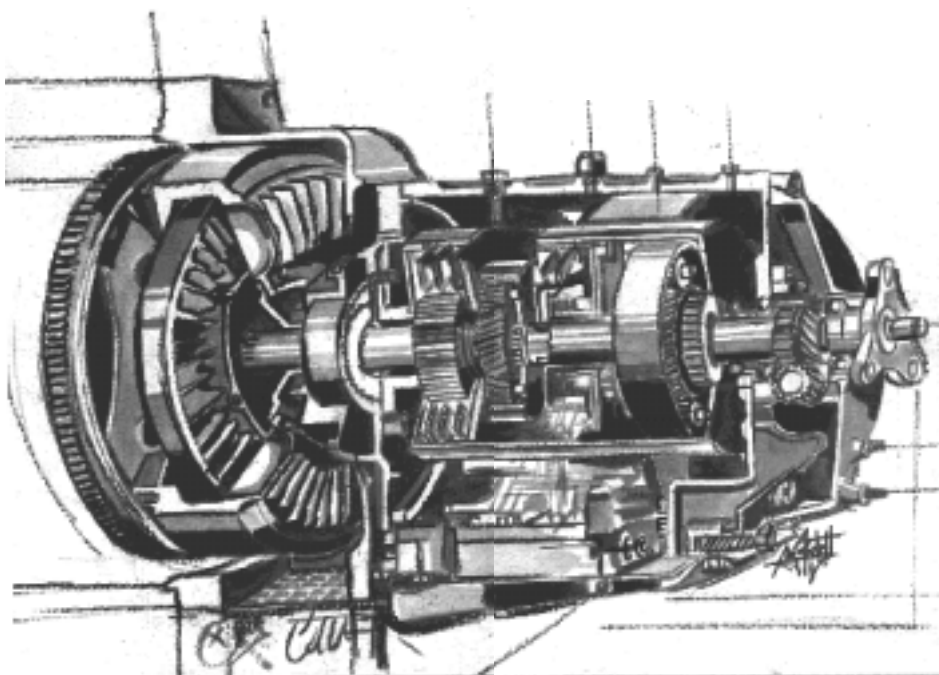


Figura 1.2: Transmisión hidrodinámica.

La única diferencia entre la transmisión hidrodinámica y la mecánica está en la sustitución del embrague por un acoplamiento hidráulico. Esta modificación hace que el requerimiento de desconexión (comentado en la sección 1.1) pase a carecer de sentido. Pero además introduce otros cambios conceptuales que dan lugar a configuraciones distintas. Por ejemplo, la turbina podría estar conectada a una caja de cambios de trenes ordinarios y accionamiento manual. Sin embargo, puesto que un cambio de relación sin corte de inyección no da lugar a una variación excesiva de la fuerza de tracción, el sistema es especialmente apto para utilizar cajas con accionamiento automático. Las cajas de trenes epicicloidales se prestan mejor al accionamiento automático porque para efectuar los cambios no es necesario desplazar piezas móviles. Es por esto que se suele relacionar la transmisión hidrodinámica con las transmisiones automáticas de trenes epicicloidales.

1.2.3 Transmisión Hidrostática

La transmisión Hidrostática utiliza fluido a alta presión y baja velocidad (presión cuasiestática). El motor se conecta a una bomba volumétrica que impulsa el fluido hacia un motor hidráulico de cilindrada variable (ver esquema en la Figura 1.3). En realidad,

tanto la bomba como el motor, o ambos, pueden ser de cilindrada variable. Este tipo de transmisión cumple con los cuatro requerimientos mencionados en 1.1. En efecto, para desconectar la transmisión de potencia a las ruedas basta con abrir el retorno de la bomba. En estas condiciones la bomba trabaja en vacío y el motor puede estar funcionando a un número determinado de revoluciones con el vehículo parado. La puesta en movimiento del vehículo se realiza mediante el cierre progresivo de la válvula de retorno.

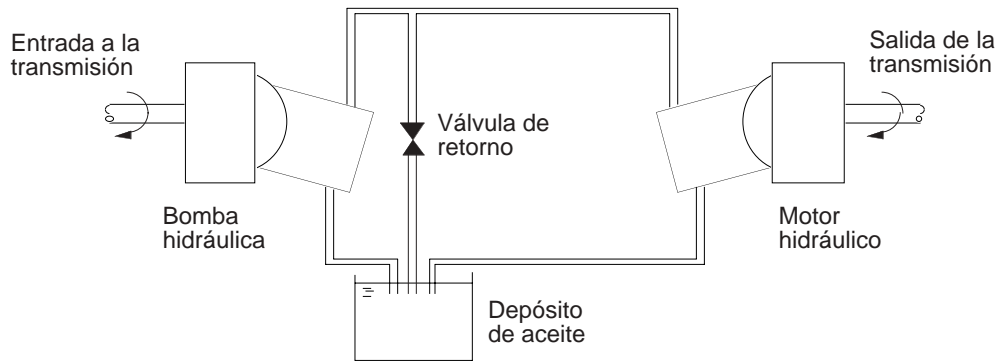


Figura 1.3: Esquema de transmisión hidráulica.

Los “cambios” de relación de transmisión se realizan mediante la variación de cilindrada en la bomba y/o en el motor hidráulico. La variación continua de la cilindrada permite seleccionar entre un número infinito de relaciones. Se trata de una transmisión continuamente variable que permite mantener el motor de combustión interna a unas revoluciones dadas, y variar la velocidad del vehículo modificando la relación de transmisión.

La transmisión de potencia mediante fluido a baja velocidad y alta presión es casi tan flexible como la transmisión de potencia eléctrica. Es posible salvar obstáculos, dividir, y reorientar los conductos arbitrariamente. Por otra parte, no es necesario disponer de diferenciales en todas aquellas bifurcaciones en las que se esperen diferencias de velocidad. Estas diferencias de velocidad se acomodan como diferencias de caudal del fluido que viaja por cada una de las ramas de la bifurcación. La condición dinámica en un diferencial: igualdad en los pares de salida, se cumple debido a que la presión hidráulica es aproximadamente constante en todo el circuito (despreciando la pérdida de carga).

Este tipo de transmisiones se usa en vehículos muy pesados en los que se debe repartir la potencia entre un número elevado de ejes para mejorar las condiciones de tracción. La velocidad de estos vehículos suele ser muy limitada, es por esto que la transmisión hidrostática, que sólo funciona adecuadamente a velocidades bajas del fluido de la transmisión, tiene prestaciones razonables en este caso.

1.2.4 Transmisión Eléctrica

La transmisión eléctrica se usa en locomotoras diesel-eléctricas y en versiones actuales de vehículos híbridos. Consiste en conectar el motor a un generador de corriente, esta energía se envía a un motor eléctrico que mueve directamente las ruedas del vehículo. Puesto que existen motores eléctricos con una curva de potencia suficientemente plana, no es necesario, en general, utilizar dispositivos que permitan variar la relación de trans-

misión entre el motor eléctrico y las ruedas. En otras palabras, el rango de velocidades de funcionamiento del motor eléctrico es suficiente para cubrir el rango de velocidades del vehículo. En cualquier caso, si fuera necesario utilizar motores eléctricos en los que el rango de velocidades no sea adecuado, siempre es posible interponer una caja de cambios (de dos o tres relaciones) entre el motor y las ruedas.

Los automóviles y ferrocarriles puramente eléctricos también pueden considerarse como un caso particular de transmisión eléctrica. En estos casos el motor de combustión no está en el vehículo sino que se trata de la central térmica que genera electricidad. Esta corriente se puede usar directamente para alimentar un tren, o bien se almacena en las baterías de un automóvil.

Considerando el caso de una locomotora diesel-eléctrica, se observa que los requerimientos de la transmisión descritos en la sección 1.1 se cumplen automáticamente. En efecto, la desconexión se produce con la apertura del circuito. La puesta en movimiento consiste en transmitir niveles crecientes de intensidad al motor eléctrico. El motor eléctrico está conectado directamente a las ruedas, de manera que no es necesario reorientar el par de salida. Por otra parte, se trata de un vehículo ferrocarril donde el efecto diferencial está proporcionado por la propia conicidad de las ruedas.

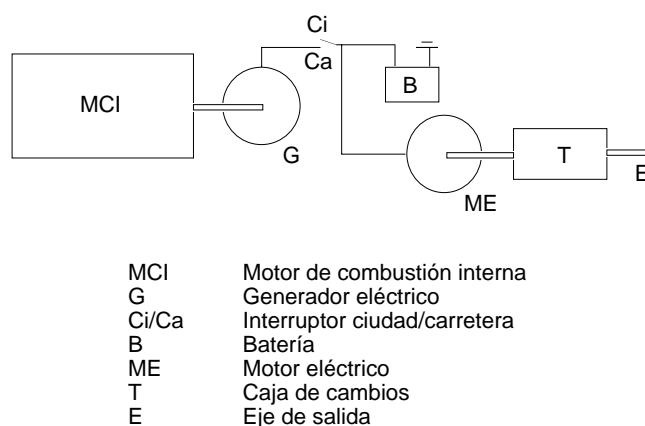


Figura 1.4: Esquema de vehículo híbrido combustión-eléctrico.

El funcionamiento de los vehículos híbridos puede explicarse de manera simplificada utilizando el esquema de la Figura 1.4. El motor de combustión interna se encarga de mover un generador de corriente que alimenta las baterías de almacenamiento. Éstas suministran corriente al motor eléctrico que, a través de la caja de cambios, mueve las ruedas del automóvil. En tráfico urbano, el motor de combustión puede permanecer parado, la energía se toma directamente de las baterías. En carretera, el motor de combustión recarga las baterías a la vez que suministra corriente al motor eléctrico. La gran ventaja de este sistema es que permite que el motor de combustión funcione a un régimen de vueltas determinado y fijo. Podrá interesar estabilizarlo al régimen de mínimo consumo específico (o bien en el de máxima potencia). El generador acoplado al motor producirá corriente eléctrica que podrá ser utilizada directamente por el motor eléctrico, o bien podrá ser almacenada en las baterías, o ambas cosas a la vez. En el caso de autobuses urbanos híbridos se utilizan motores diesel que funcionan permanentemente a régimen. En aceleraciones, el vehículo

demanda mayor potencia que la que genera el motor de combustión interna. La diferencia entre la potencia suministrada por el generador conectado al motor de combustión interna y la demandada por el motor eléctrico la proporcionan las baterías de acumulación. Cuando el autobús se detiene en tráfico urbano o en sus correspondientes paradas, el motor de combustión continúa suministrando energía para recargar los acumuladores. Este sistema permite diseñar motores más pequeños y que funcionen en condiciones óptimas desde el punto de vista del consumo y la contaminación.

1.3 Curvas de Potencia y Par

Las *Curvas de Potencia y Par* de un motor representan la evolución de la *potencia máxima* y el *par máximo* en función del número de revoluciones a que gira. Para obtener estas curvas se conecta el motor a un freno hidráulico. El freno se ajusta de manera que obligue al motor a girar a un número de vueltas determinado. Midiendo el par (T) y la velocidad angular del árbol de salida (ω) se obtiene un punto en la curva de par y otro en la de potencia ($P = T\omega$). Las curvas así obtenidas se conocen como *Curvas de Potencia y Par al Freno*. Estos valores están influenciados por el rozamiento que es necesario superar para hacer girar el motor en sí. Los valores obtenidos directamente de las características intrínsecas del motor (como diagramas de presiones en motores de combustión interna) se llaman *Curvas Indicadas de Potencia y Par*.

Las curvas corresponden a la potencia y par máximos para cada velocidad (número de vueltas). El calificativo “máximo” indica que el controlador de aceleración del motor está en la posición de mayor caudal. Esto es, la mariposa de la admisión totalmente abierta, en el caso de ciclo Otto, o los inyectores de combustible en la posición de máximo desplazamiento, en el caso de ciclo Diesel. Para cualquier otra posición del controlador de aceleración se obtendría otro par de curvas de potencia y par. El conjunto de todas las curvas posibles constituye un mapa descriptivo del motor en cuestión.

Las formas concretas de las funciones $T(\omega)$ y $P(\omega)$ dependen de innumerables factores térmicos y fluidodinámicos. El análisis detallado de estos motores debe buscarse en textos específicos sobre motores térmicos, aunque una descripción muy sucinta de los ciclos Otto y Diesel se da en el apartado 1.3.3.

1.3.1 Equilibrio Dinámico

En una situación general de funcionamiento del vehículo existen cuatro fuerzas que se “oponen” al movimiento (ver Fig. 1.5): la resistencia a la rodadura, la resistencia por pendiente, la fuerza de inercia, y la resistencia aerodinámica. La fuerza de resistencia a la rodadura de los neumáticos siempre está presente y, en primera aproximación, y para unos neumáticos dados con presión dada, se expresa como:

$$F_{\text{roda}} = \rho W \quad (1.1)$$

donde ρ se conoce como coeficiente de resistencia a la rodadura, y W es el peso total del automóvil. Por otra parte, cuando el vehículo se encuentra superando una pendiente, debe hacer frente a la componente longitudinal del peso. Las pendientes de carretera suelen ser lo suficientemente suaves como para que la aproximación de pequeños ángulos ($\sin(\theta) \approx \theta$, y $\cos(\theta) \approx 1$, ya utilizada en la expresión anterior) no cometa errores significativos. En este caso:

$$F_{\text{pend}} = W\theta \quad (1.2)$$

siendo θ el ángulo que forma la carretera con la horizontal (en radianes, por supuesto). Cuando la velocidad del vehículo no es constante, es necesario incluir la fuerza de inercia que se opone al movimiento:

$$F_{\text{iner}} = W a_x \quad (1.3)$$

donde a_x es la aceleración longitudinal (en la dirección x) medida en g 's. Por último, la fuerza de resistencia aerodinámica es (con bastante aproximación) proporcional a la

presión dinámica del aire y al área frontal del vehículo. La constante de proporcionalidad se denomina coeficiente de resistencia aerodinámica (c_x):

$$F_{\text{aero}} = c_x \left(\frac{1}{2} \rho_a v^2 \right) A \quad (1.4)$$

donde ρ_a es la densidad del aire, A el área frontal del vehículo, y v es la componente longitudinal de la velocidad relativa entre el automóvil y el aire. Cuando la velocidad del viento es despreciable, v coincide con la velocidad del vehículo.

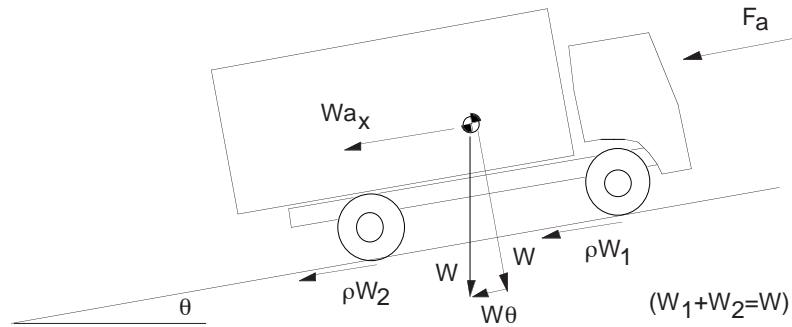


Figura 1.5: Fuerzas que se oponen al movimiento.

La fuerza que se opone al movimiento (F_r) es, en el caso general, la suma de las cuatro fuerzas anteriores:

$$F_r = F_{\text{roda}} + F_{\text{pend}} + F_{\text{iner}} + F_{\text{aero}} \quad (1.5)$$

Existen casos particulares en los que alguna de las componentes anteriores se hace nula o negativa. Por ejemplo, en carretera llana, $F_{\text{pend}} = 0$, y cuando la carretera desciende $\theta < 0 \Rightarrow F_{\text{pend}} < 0$. En caso de velocidad constante, $F_{\text{iner}} = 0$, pero si el vehículo pierde velocidad $a_x < 0 \Rightarrow F_{\text{iner}} < 0$. En este último caso se entiende que el vehículo pierde velocidad sin la intervención del sistema de frenos porque esto constituiría una fuerza adicional no incluida en las fuerzas resistivas anteriores.

El equilibrio de fuerzas obliga a que la fuerza de tracción (F_t) sea en todo momento igual a la fuerza resistiva:

$$F_t = F_r \quad (1.6)$$

Multiplicando ambos términos por la velocidad se tiene que la potencia entregada por el motor y medida en las ruedas es igual a la potencia disipada (y/o almacenada) por las fuerzas resistivas. Si se desprecian las pérdidas en la transmisión, la potencia medida en las ruedas coincide con la medida a la salida del motor (P_m), y entonces:

$$P_m = P_r = F_r v = F_{\text{roda}} v + F_{\text{pend}} v + F_{\text{iner}} v + F_{\text{aero}} v = W(\rho + \theta + a_x)v + \frac{1}{2} \rho_a c_x A v^3 \quad (1.7)$$

Los términos $F_{\text{roda}} v = \rho W v$ y $F_{\text{aero}} v = \frac{1}{2} \rho_a c_x A v^3$ corresponden a las potencias disipadas en forma de calor, en las ruedas y carretera, la primera, y en la carrocería y el aire, la segunda. Los términos $F_{\text{pend}} v = W \theta v$ y $F_{\text{iner}} v = W a_x v$ corresponden a las potencias que están siendo almacenadas como energía potencial y cinética, respectivamente. Cuando

se extrae energía potencial o cinética previamente almacenada, se tienen valores negativos del correspondiente término de potencia o, lo que es lo mismo, estas potencias se suman a la proporcionada por el motor.

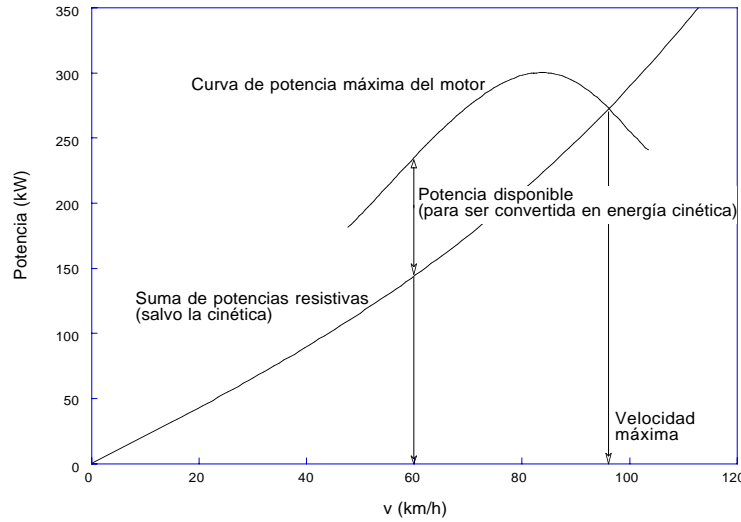


Figura 1.6: Potencia cinética.

Las leyes de la mecánica obligan a que se cumpla el equilibrio anterior, y en nada se puede influir para deshacerlo. Sin embargo, también es cierto que no siempre se podrán elegir arbitrariamente todos los parámetros que intervienen en la ecuación 1.7. Por ejemplo, para remontar una pendiente θ , con un nivel de aceleración a_x , cuando se viaja a una velocidad v , se requiere una potencia del motor que viene dada por 1.7. Si la potencia máxima del motor (a la velocidad v) es mayor o igual que P_r ($P \geq P_r$), entonces se podrá elegir una posición del controlador de aceleración para dosificar la potencia de tal manera que $P_m = P_r$ (donde P_m es la potencia del motor para cargas parciales, y P es la potencia máxima). Por el contrario, si la potencia máxima del motor (a la velocidad v) es menor que P_r ($P < P_r$), entonces el equilibrio no se puede conseguir para la aceleración deseada o, lo que es lo mismo, el equilibrio se consigue con un valor de aceleración inferior que no puede elegirse arbitrariamente. Es ilustrativo despejar de 1.7 la potencia cinética máxima que se puede conseguir en cada caso:

$$Wva_x = P - W(\rho + \theta)v - \frac{1}{2}\rho_a c_x A v^3 \quad (1.8)$$

En la Figura 1.6 se representa el término de la derecha de 1.8 frente a la velocidad utilizando parámetros de un vehículo industrial típico y, sobre los mismos ejes, se superpone la curva de potencia máxima de un motor también típico. La diferencia entre las dos curvas representa la potencia cinética máxima para cada velocidad. Se observa que esta potencia disminuye hasta llegar a valer cero en la intersección. En este punto se alcanza la velocidad máxima para la pendiente en cuestión (pendiente nula en el caso del ejemplo representado en la Figura 1.6). La forma habitual de alcanzar esta velocidad es, partiendo

de una velocidad inferior, colocar el controlador de aceleración del motor en su posición de máximo caudal. La potencia cinética se va acumulando en forma de energía cinética aumentando la velocidad del automóvil. La variación de la velocidad con el tiempo se obtiene resolviendo la ecuación diferencial 1.8. Cuando se alcanza la velocidad máxima no existe potencia disponible y la velocidad se estabiliza. Este valor sólo se modifica cuando se varían las curvas en cuestión. Por ejemplo, si se actúa sobre el controlador de aceleración, se modifica la curva de potencia del motor, y la velocidad (punto de intersección entre las curvas) varía. Si cambia la pendiente de la carretera, la curva de potencia resistiva se modifica y la velocidad varía.

1.3.2 Curvas Óptimas de Potencia y Par

Si se considera el motor de un vehículo automóvil como una caja negra en la que se puede elegir arbitrariamente la forma de la curva de potencia, sin restricciones de ningún tipo salvo la potencia máxima del motor, entonces cabe plantearse la pregunta: ¿qué aspecto debe tener la función $P(\omega)$? En lo que sigue se tratará de convencer de que la respuesta a esta pregunta es más simple de lo que pueda parecer.

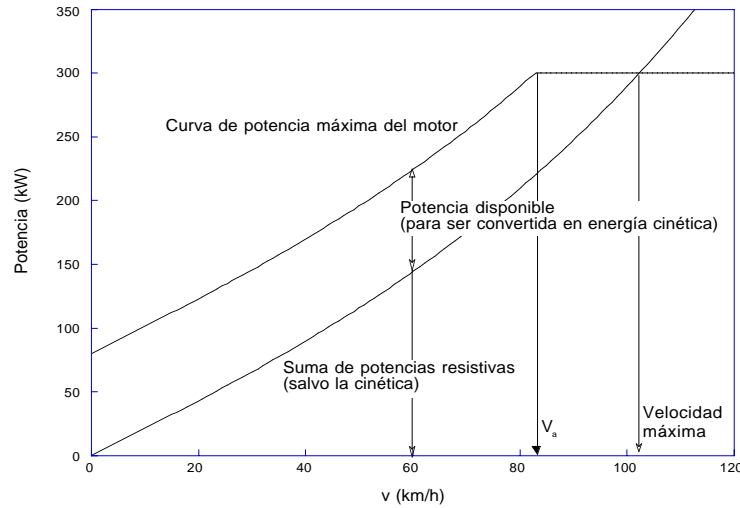


Figura 1.7: Curva de potencia máxima del motor que garantiza una capacidad de aceleración constante hasta una determinada velocidad.

De la discusión relativa al equilibrio dinámico (apartado 1.3.1) se extrae la conclusión de que la suma de potencias resistivas, cuando se excluye la potencia cinética, es nula a vehículo parado y crece como un polinomio de la velocidad. Por tanto, podría pensarse que, puesto que la velocidad del motor (ω) está relacionada con la velocidad del vehículo (v), la dependencia de la potencia del motor con v ($P(\omega(v))$) debiera ser lo más parecida posible a esta suma incompleta de potencias resistivas. Sin embargo, este vehículo no podría acelerar puesto que no dispone de potencia para hacer frente a la potencia cinética. El error de la argumentación nace de la exclusión de la potencia cinética como una potencia

resistiva. La verdadera curva $P_r(v)$ debe incluir este término. Continuando el argumento, podría ahora pensarse que la potencia del motor debe variar con v lo mismo que lo hace $P_r(v)$. Sin embargo, esto es siempre cierto, no depende de la forma de $P(v)$. Esto es así porque la aceleración a_x se adapta a la disponibilidad de potencia y no puede elegirse arbitrariamente. Pero quizás sea interesante decidir un valor de a_x razonable ($a_x = A$), e intentar que la curva de potencia permita disponer de este valor en todo el rango de velocidades. Sin embargo, es evidente que esto no es posible cuando la potencia máxima es finita, porque en este caso nunca se alcanza una velocidad de equilibrio (máxima, $a_x = 0$). Ahora bien, podría parecer lícito exigir esta capacidad de aceleración hasta un determinado valor de la velocidad, a partir del cual se comienza a renunciar a ella paulatinamente hasta que desaparece al alcanzar la velocidad máxima. Esta variación de $P(v)$ se esquematiza en la Figura 1.7.

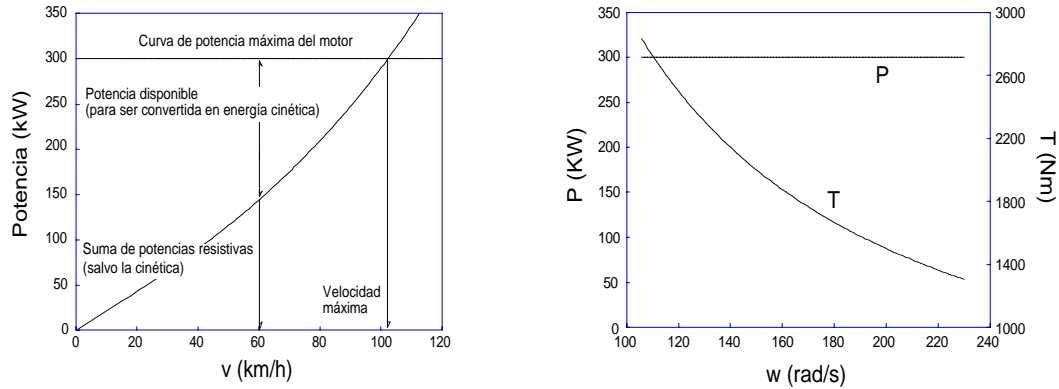


Figura 1.8: Curvas óptimas de potencia y par.

La curva de potencia de la Figura 1.7 cumple el objetivo de garantizar una determinada capacidad de aceleración $a_x = A$ hasta la velocidad v_a , a partir de la cual ya no es posible. Sin embargo, cuando se razona en estos términos, no existe ninguna razón que obligue a conformarse con el nivel de aceleración $a_x = A$. Si para la misma potencia máxima se pudiera disponer de mayor capacidad de aceleración, ¿qué razón puede existir para renunciar a esta mejora de prestaciones?: ninguna. Por tanto, la curva que, manteniendo la potencia máxima, permite el mayor nivel de aceleración a cualquier velocidad, es la curva de potencia constante (Fig. 1.8):

$$P(v) = \text{cte} \quad (1.9)$$

El par de arranque es infinito si la potencia es distinta de cero para $\omega = 0$. Este problema, sin embargo, no deshace el argumento, basta con exigir que la potencia consiga su valor constante cuando la velocidad es todavía pequeña.

Para resumir se puede decir lo siguiente. La curva de potencias resistivas ($P_r(v)$) es un polinomio de la velocidad. Sin embargo, los coeficientes del polinomio varían, o pueden

variar, o interesa que varíen, de manera que alteran el valor de la potencia resistiva. Si el único límite es la potencia máxima del motor, esta potencia debería estar disponible a cualquier velocidad. De esta forma se tiene la mayor libertad en la “elección” de los valores de a_x y θ .

Existen motores con características suficientemente próximas a las deseadas. El motor de vapor (máquina de vapor) y algunos motores eléctricos proporcionan una potencia máxima suficientemente independiente del número de vueltas. Sin embargo, tienen un inconveniente que los hace desaconsejables para su uso en automoción: el peso. Los motores de combustión interna proporcionan mayor potencia específica (por unidad de peso) que los de vapor o eléctricos y su uso está muy generalizado en la propulsión de vehículos automóviles a pesar de que sus curvas de potencia y par distan mucho de parecerse a las ideales. El problema se soluciona con transmisiones de relación variable.

En el caso de motores eléctricos, el problema del peso no está relacionado con el motor en sí (su densidad de potencia es muy alta) sino con las baterías que es necesario transportar. Por otra parte, los motores utilizados en automóviles eléctricos no siempre responden a curvas de potencia suficientemente constantes. Lo mismo se puede decir del motor de vapor que necesita transportar gran cantidad de agua además del combustible.

1.3.3 Curvas de Potencia y Par en Motores de Combustión Interna

Los motores de combustión interna, tanto los Otto como los Diesel, obligan al fluido de trabajo (aire y/o gases de combustión) a sufrir un ciclo termodinámico de “compresión, aporte de energía térmica, y expansión” con el fin de producir trabajo. En el caso de motores de cuatro tiempos, un ciclo termodinámico necesita de dos ciclos del cilindro para su ejecución. En la Figura 1.9 puede verse un esquema del ciclo. Con la válvula de admisión abierta y el pistón viajando hacia abajo (Fig. 1.9) se crea una depresión en el cilindro que hace entrar aire (con gasolina en suspensión en el caso de ciclo Otto) de la atmosfera. La depresión necesaria para conseguir el llenado depende de la pérdida de carga en todo el circuito de admisión (filtro de aire, carburador en su caso, colectores de admisión, válvula de admisión ...).

Una vez lleno el cilindro se cierra la válvula de admisión y se procede a la compresión del aire con el movimiento del pistón hacia arriba (Fig. 1.9). En un punto determinado de la carrera de compresión cercano al punto muerto superior se inicia el aporte de energía térmica. En el caso de ciclo Otto se hace saltar una chispa que inicia la combustión de la gasolina en suspensión, en el caso de ciclo Diesel se inyecta combustible que entra automáticamente en combustión dadas las condiciones de presión y temperatura en el interior del cilindro. El fuerte incremento de la presión obliga al pistón a desplazarse hacia abajo (Fig. 1.9) siendo ésta la carrera de producción de trabajo, esto es, la carrera en la que la fuerza del gas sobre el pistón tiene el mismo sentido que su movimiento. Los gases de la combustión son barridos en la carrera de expulsión. El pistón se desplaza hacia arriba (Fig. 1.9) con la válvula de escape abierta. El barrido puede completarse con la entrada de aire fresco solapando la apertura y cierre de las válvulas.

La potencia indicada de un motor de combustión interna como el descrito anteriormente puede obtenerse a partir del diagrama de presiones en un cilindro durante un ciclo termodinámico. Se denomina *Presión Media Efectiva* (p) a la presión constante que debe actuar durante la carrera de expansión para producir el mismo trabajo que el ciclo real. Esta presión coincide con la media de las presiones en el cilindro considerándolas positivas

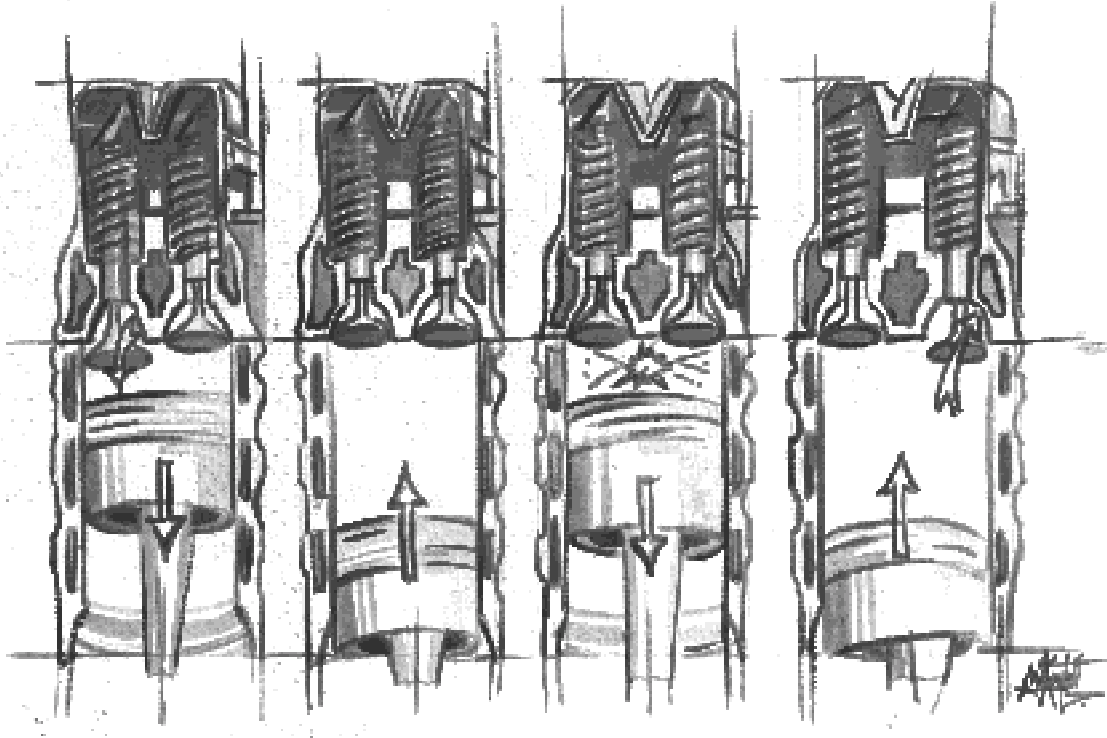


Figura 1.9: Ciclo de los motores de combustión interna.

cuando actúan en el mismo sentido que el movimiento del pistón.

La fuerza F sobre el pistón de diámetro D sometido a la presión p es:

$$F = p \frac{\pi D^2}{4} \quad (1.10)$$

Luego el trabajo W realizado en cada carrera efectiva es:

$$W = p \frac{\pi D^2}{4} L \quad (1.11)$$

donde L es la longitud de la carrera. El número de carreras efectivas por revolución del motor (f) depende del “número de tiempos” del mismo. Así, el motor de cuatro tiempos produce una carrera efectiva por cada cuatro carreras, esto es, una carrera efectiva por cada dos revoluciones ($f = 1/2$). En un motor de dos tiempos $f = 1$. El trabajo por revolución en un cilindro (W') es:

$$W' = p \frac{\pi D^2}{4} L f \quad (1.12)$$

De manera que la potencia desarrollada por el cilindro en cuestión (P') resulta de multiplicar el trabajo por revolución por el número de revoluciones en la unidad de tiempo

(n):

$$P' = p \frac{\pi D^2}{4} L f n \quad (1.13)$$

Un motor de N cilindros desarrolla una potencia (P) que viene dada por:

$$P = p \frac{\pi D^2}{4} L f n N \quad (1.14)$$

Si p se expresa en pascuales, D y L en metros y n en vueltas por segundo, se obtiene la potencia del motor en vatios.

De lo anterior se deduce que las curvas de potencia y par para motores de combustión interna vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$P = p V f n \quad (1.15)$$

$$T = \frac{p V f}{2\pi} \quad (1.16)$$

donde se ha tenido en cuenta que la cilindrada del motor (V) coincide con $V = \frac{\pi D^2}{4} L N$, que n está expresada en vueltas por segundo ($\omega(\text{Rad/s}) = 2\pi n$), y que el par (T) viene dado por $T = P/\omega$.

Para fijar los ordenes de las magnitudes que intervienen en estas ecuaciones, sea un motor de un vehículo turismo de 1500 cm³, cuatro tiempos, que consigue su potencia máxima a 6000rpm, con una presión media efectiva de 0.8 MPa, entonces la potencia del motor es $P = 60$ KW. En un motor de vehículo industrial de $P = 300$ KW, cuatro tiempos, 12 l de cilindrada, y unas revoluciones en potencia máxima de 30 rev/s, la presión media efectiva es $p = 1.6$ MPa.

La presión media efectiva está influenciada por muchos factores térmicos y fluidodinámicos, y éstos, a su vez, varían con la velocidad del motor. Por tanto, la presión media efectiva depende, no sólo del diseño del motor, sino también de la velocidad del mismo. A modo de ejemplo se pueden comentar las siguientes influencias claras. La sobrealimentación tiene un efecto dramático sobre la presión media efectiva. El turbocompresor aumenta la presión del fluido antes de entrar en los cilindros. No sólo la presión inicial es superior, sino que la mayor cantidad de aire en el cilindro permite quemar más combustible, aumentando así la presión que se desarrolla durante la carrera de expansión. Si se aumenta la sección de paso de las válvulas de admisión disminuye la pérdida de carga y se mejora el nivel de llenado del cilindro. De nuevo, esto permite quemar más combustible y aumentar la presión media efectiva. Para aumentar la sección de paso de las válvulas suele ser necesario multiplicar el número de las mismas por los problemas derivados de inscribir válvulas de sección circular en la culata circular del cilindro. La longitud de los conductos y colectores de admisión también influye en el nivel de llenado del cilindro. Los factores que intervienen son la inercia del aire en los colectores de admisión, y la pérdida de carga en este circuito. A bajas velocidades, la pérdida de carga es pequeña, pero, por otra parte, se tarda un cierto tiempo en acelerar el aire de los colectores cada vez que se abre la válvula de admisión. La inercia juega en contra del correcto llenado del cilindro. A alta velocidad, la inercia juega un papel favorable debido a que continúa entrando aire en el cilindro, incluso cuando el pistón se está “deteniendo” cerca del punto muerto inferior. Sin embargo la pérdida de carga es superior en este caso. Existe una velocidad óptima para la que los dos efectos están combinados de manera más favorable. Por tanto, la presión

media efectiva presentará un máximo en el rango de velocidades del motor y, de acuerdo con la ecuación 1.16, el par T mostrará el mismo tipo de evolución con ω , mientras que, de acuerdo con la ecuación 1.15, la potencia P muestra la misma evolución con ω que $p(\omega)\omega$.

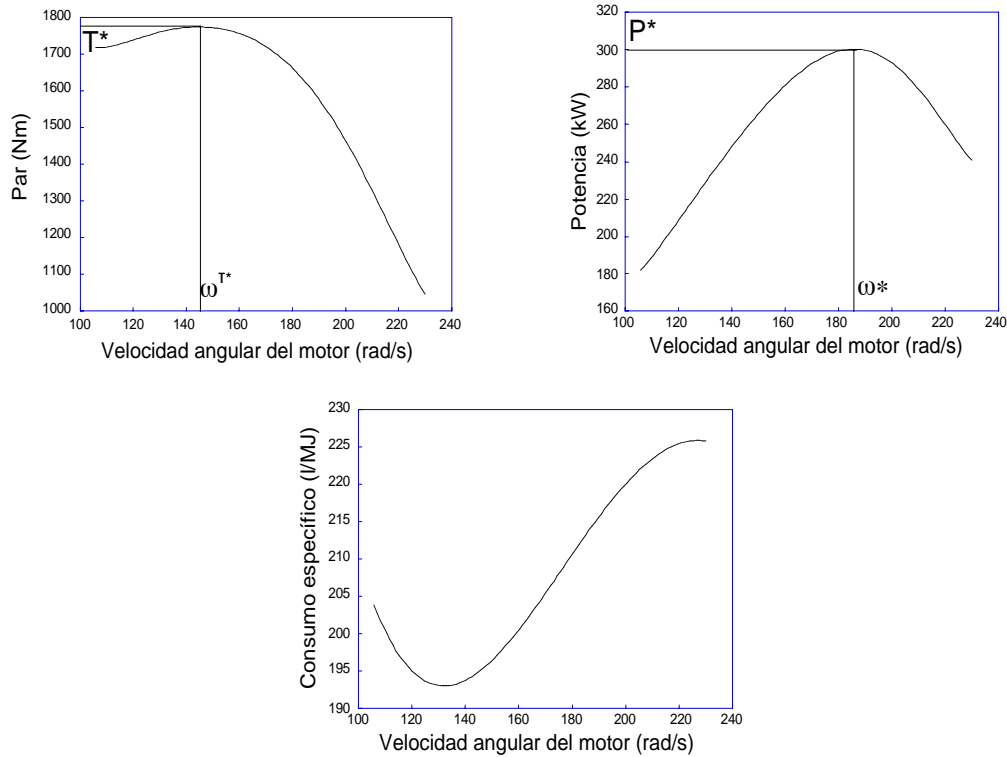


Figura 1.10: Curvas de par, potencia, y consumo específico, en función de la velocidad del motor

En la Figura 1.10 se presentan curvas típicas de par (presión media efectiva), potencia, y consumo específico para motores de ciclo Diesel. Se observa en estas curvas que la potencia está muy lejos de ser constante con la velocidad y que el rango de revoluciones factibles no es suficiente para su uso en automoción. Se puede confirmar ahora lo comentado en la sección 1.1: los motores de combustión interna no son adecuados para tracción de vehículos automóviles a menos que se corrijan sus deficiencias a través de una transmisión de relación variable.

Cuando se desprecian los efectos dinámicos en el llenado del cilindro y las posibles distorsiones de la carburación a bajas revoluciones, se tiene que la presión media efectiva no es función de la velocidad. En este caso, la curva de par es constante, y la curva de potencia es lineal en ω . Esta aproximación se puede utilizar para hacer algunas consideraciones sobre la potencia y par en motores de combustión interna, así como para estimar estos valores en función parámetros globales del motor. Por ejemplo, de la ecuación 1.15 se deduce que la potencia P es proporcional a la cilindrada V . Es decir, dos motores de igual ciclo, con la misma velocidad máxima, y la misma presión media efectiva (supuesta

constante), y cilindradas V_1 y V_2 , tienen una relación de potencias que viene dada por:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (1.17)$$

Esta es la razón que incita al profano a identificar (relación de) cilindradas con (relación de) potencias. Sin embargo esto es sólo válido en las estrictas condiciones de la comparación anterior. Si se comparan dos motores de igual ciclo, con la misma cilindrada, y la misma presión media efectiva (supuesta constante), pero velocidades máximas ω_1 y ω_2 , entonces la relación de potencias es igual a la relación de velocidades máximas: $P_1/P_2 = \omega_1/\omega_2$. Los motores más revolucionados proporcionan mayor potencia. Por otra parte, si se comparan dos motores con la misma cilindrada, la misma presión media efectiva (supuesta constante), y la misma velocidad máxima, pero uno de ellos de dos tiempos ($f_1 = 1$), y el otro de cuatro tiempos ($f_2 = 1/2$), entonces la relación de potencias es igual a 2. El motor de dos tiempos proporciona el doble de potencia que el de cuatro tiempos.

Es necesario insistir en que todas las relaciones consideradas en el párrafo anterior tienen un carácter muy simplificado. Sin embargo, ayudan a adquirir una visión general de los factores técnicos que condicionan el diseño de motores de combustión interna.

Las curvas de par, potencia y consumo específico descritas en este apartado corresponden, como se ha mencionado, a la posición totalmente abierta de la mariposa de admisión (o recorrido máximo en los pisonos de inyección en motores Diesel). Para cualquier otra posición de la mariposa se obtiene otro trío de curvas correspondientes a las nuevas condiciones de funcionamiento. La información contenida en este conjunto de curvas puede representarse de muchas maneras distintas. Es usual representar el consumo como un mapa de curvas de nivel (isoconsumo) en función de las revoluciones del motor y de la presión media efectiva.

1.4 Relaciones de Transmisión

1.4.1 Relaciones Discretas

Como se ha comentado, la solución más extendida al problema de la transmisión variable es la correspondiente a una caja con varias relaciones (discretas) de cambio. La relación de transmisión se define como el cociente entre la velocidad angular de las ruedas y la velocidad angular del motor:

$$r = \frac{\omega_r}{\omega_m} \quad (1.18)$$

La curva de potencia (de un motor diesel de vehículo industrial) en función de su número de vueltas ($P(\omega_m)$), se mostró en la Fig 1.10 junto con la correspondiente curva de par ($T(\omega_m)$) y la curva de consumo específico ($c(\omega_m)$). Esta última se refiere al volumen de combustible consumido por cada unidad de energía “producida”. Si se quiere representar cualquiera de estas curvas en función de la velocidad de las ruedas, es necesario hacer el cambio dado por la ecuación 1.18: $\omega_r = r\omega_m$, que es función del valor de r . Por tanto, la curva $P(\omega_m)$ se transforma en tantas curvas $P(\omega_r)$ como relaciones de transmisión existan. Para expresar estas últimas curvas en función de la velocidad del vehículo (v) basta con cambiar la escala del eje de abscisas puesto que el diametro de las ruedas es constante ($v = R\omega_r$). La curva de potencia de la Figura 1.10 se ha representado en función de v en la Figura 1.11 donde, además, se ha superpuesto la suma de potencias resistivas salvo la cinética. Los parámetros utilizados en la generación de las gráficas pueden considerarse típicos para vehículos industriales: $\rho = 0.03$, $A = 7.5 \text{ m}^2$, $W = 255060 \text{ N}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $c_x = 0.8$. Las relaciones de transmisión utilizadas son:

$$r_1 = 0.0825, r_2 = 0.11, r_3 = 0.145, r_4 = 0.19, r_5 = 0.25, \text{ y } r_6 = 0.325 \quad (1.19)$$

que corresponden a una caja de cambios y un diferencial comerciales, aunque no sean necesariamente los más apropiados para el motor en cuestión. Este vehículo y esta transmisión se utilizarán en todos los ejemplos numéricos de esta sección.

Se observa en la Figura 1.11 que la evolución de P con v es ahora, después de introducir varias relaciones de transmisión, mucho más parecida a la evolución óptima (constante). Saltando de una relación a otra se puede mantener la potencia en valores suficientemente próximos a la potencia máxima. El rango de velocidades (v) factible es ahora mucho más amplio. Si las relaciones de cambio se eligen de manera que exista solape entre los tramos, se tiene que siempre se puede encontrar una marcha que permite al motor funcionar en un rango aceptable de vueltas. La curva a trozos es una aproximación suficientemente buena a la curva ideal de potencia constante.

La determinación de las relaciones de cambio en una caja discreta no es un problema de solución única. El valor de las distintas relaciones se puede retocar para sintonizar lo mejor posible la transmisión al motor y, en turismos, para adaptarse a las formas de conducción del potencial cliente. No obstante, el proceso que se explica a continuación permite obtener unos valores orientativos de las relaciones necesarias.

La relación más larga (r_n) se puede hacer corresponder con aquella con la que se consigue la velocidad máxima del vehículo. A partir de este valor se utiliza una regla recurrente para obtener la relación inferior a ella (r_{n-1}), y la misma regla para determinar la relación que sigue a la última obtenida ($r_{i-1}(r_i)$). Este proceso podría continuarse indefinidamente, la relación se aproximaría a cero y el par en la rueda a infinito. Sin

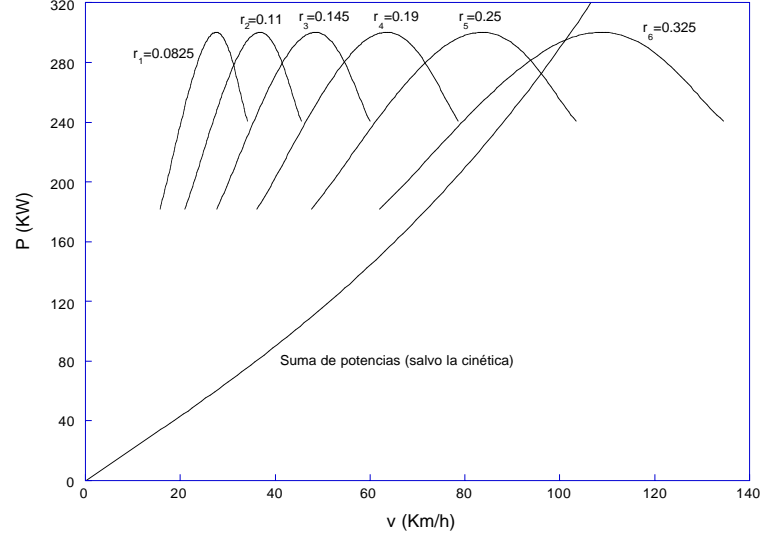


Figura 1.11: Curvas de potencia en función de la velocidad del vehículo

embargo, puesto que no interesa que el número de relaciones sea excesivamente grande, se puede detener el proceso cuando se considere que el par es lo suficientemente alto como para permitir remontar una pendiente determinada.

Para determinar la relación de transmisión con la que se consigue la velocidad máxima del vehículo se hace uso de la ecuación 1.8. Es razonable suponer que, además de viento en calma, se viaja sobre terreno llano ($\theta = 0$). Por otra parte, cuando se alcanza la velocidad máxima, la aceleración se hace nula $a_x = 0$, y la potencia del motor está en su valor máximo $P = P^*$, lo cual se produce a una velocidad determinada del motor (ω_m^*) que se obtiene de la curva $P(\omega_m)$ (Figura 1.10). Introduciendo estas condiciones en la ecuación 1.8, y teniendo en cuenta que $v = R\omega_r = Rr\omega_m$, se tiene la siguiente ecuación cúbica para la relación de transmisión:

$$P^* = P(\omega_m^*) = \rho W R r_n \omega_m^* r_n - \frac{1}{2} \rho_a c_x A (R \omega_m^*)^3 r_n^3 \quad (1.20)$$

El valor de r_n que satisface la ecuación 1.20 es el único capaz de alcanzar la mayor velocidad máxima. Velocidad que viene dada por $v^* = R r_n \omega_m^*$ y que puede obtenerse directamente de la siguiente ecuación cúbica:

$$P^* = \rho W v^* - \frac{1}{2} \rho_a c_x A (v^*)^3 \quad (1.21)$$

Cualquier otra relación de transmisión, ya sea mayor o menor que el valor obtenido de 1.20, hace que la velocidad máxima del vehículo sea inferior al valor dado por 1.21.

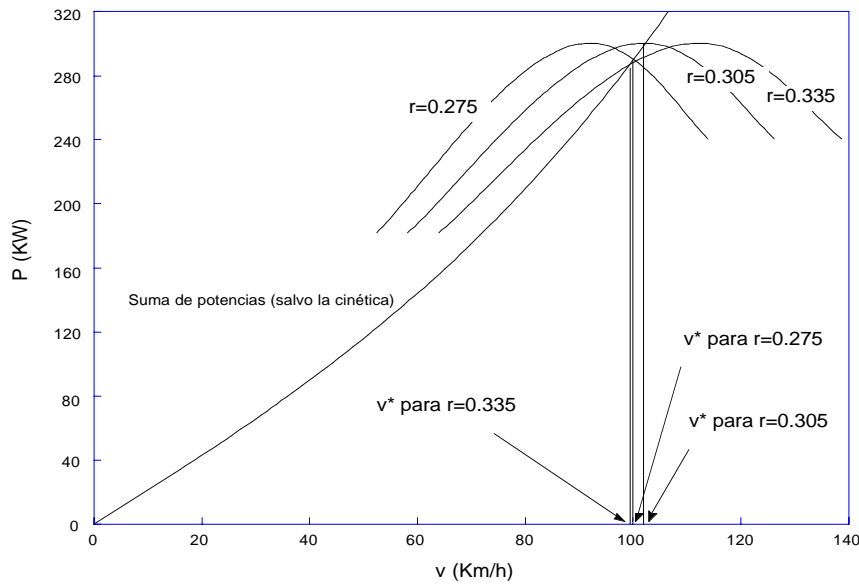


Figura 1.12: Velocidad máxima para tres valores de la relación de transmisión.

La interpretación gráfica de lo discutido en el párrafo anterior se muestra en la Figura 1.12. Al aumentar la relación de transmisión, la curva de potencia se estira y desplaza hacia la derecha, mientras que las potencias resistivas (salvo la cinética) no se ven alteradas. El punto de intersección entre las curvas se desplaza al variar r . Cuando se aumenta r partiendo, por ejemplo, de $r = 0.275$, el punto de intersección se desplaza hacia la derecha, la velocidad máxima aumenta. Pero al alcanzar el valor de $r = 0.305$, el punto de intersección comienza a desplazarse hacia la izquierda, la velocidad máxima disminuye. El valor $r = 0.305$ proporciona la mayor velocidad máxima. La transmisión utilizada en el ejemplo de la Figura 1.11 no incluye este valor. Si se acopla esta transmisión al motor del ejemplo, no podrá alcanzarse la velocidad máxima. No obstante, como se ha comentado, los criterios de elección de relaciones no son rígidos. La velocidad máxima que se consigue con la combinación motor-transmisión del ejemplo puede considerarse aceptable. Por otra parte, el valor $r = 0.325$ no está muy alejado de $r = 0.305$ y, como puede verse en la Figura 1.12, la velocidad máxima no es muy sensible a variaciones de r en este rango. La caja comercial del ejemplo no es la óptima pero, hasta el momento, no se han encontrado argumentos para descartarla tajantemente. Se acepta, entonces, que $r_n = 0.325$.

Un criterio razonable para obtener la relación inferior a la última obtenida es obligar a que cada marcha barra el mismo rango de vueltas del motor (Fig. 1.13). Para ello es necesario decidir el intervalo de velocidades del motor en el que se desea funcionar habitualmente. Sean ω_m^1 y ω_m^2 los límites inferior y superior del intervalo. Cuando el motor barre el intervalo de velocidades (ω_m^1, ω_m^2) , las ruedas barren el intervalo $(\omega_r^{1i}, \omega_r^{2i}) = (r_i \omega_m^1, r_i \omega_m^2)$, para la relación r_i , y el intervalo $(\omega_r^{1(i-1)}, \omega_r^{2(i-1)}) = (r_{i-1} \omega_m^1, r_{i-1} \omega_m^2)$, para

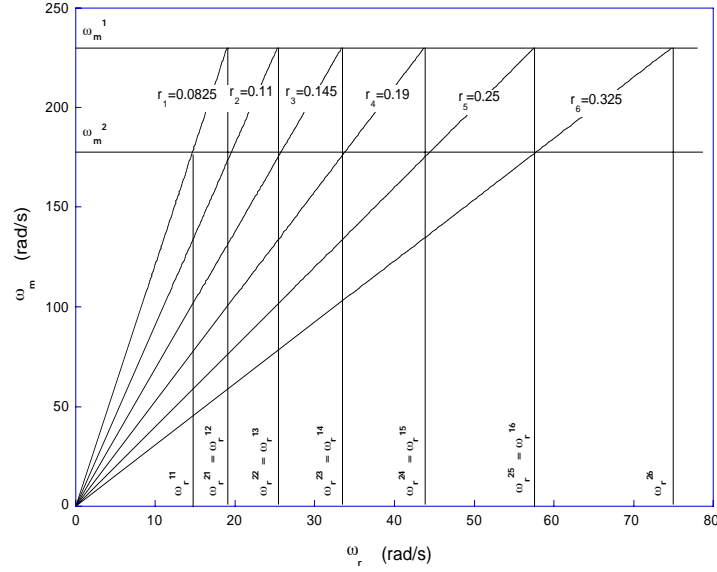


Figura 1.13: Velocidad del motor en función de la velocidad de las ruedas y la relación de transmisión.

la relación r_{i-1} . Puesto que el cambio de marcha debe ser posible sin abandonar el rango elgido para el motor, y puesto que no es necesario que los rangos de velocidades de las ruedas se solapen para distintas marchas, se tiene que:

$$\omega_r^{2(i-1)} = \omega_r^{1i} \Rightarrow r_{i-1}\omega_m^2 = r_i\omega_m^1 \quad (1.22)$$

de donde:

$$r_{i-1} = \left(\frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} \right) r_i \quad (1.23)$$

Esta regla geométrica permite determinar todas las relaciones a partir de la r_n . Un rango de velocidades razonable para el motor del ejemplo puede ser $(\omega_m^1, \omega_m^2) = (177, 230)$ (ver Figura 1.10). Entonces, de acuerdo con la ecuación 1.23, y tomando $r_n = 0.325$, se tiene:

$$\frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} = 0.769 \Rightarrow r_{n-1} = 0.25, r_{n-2} = 0.19, r_{n-3} = 0.19, r_{n-4} = 0.11, r_{n-5} = 0.084, \dots \quad (1.24)$$

La caja comercial del ejemplo (ec. 1.19) representa una aproximación más que razonable a estas relaciones.

Sólo queda por decidir hasta qué valor se ha de bajar, es decir, qué valor de r puede ser aceptado como relación más corta. La relación mínima (r_1) necesaria se puede fijar por el par máximo que se requiere en la rueda para remontar una pendiente determinada. De esta manera se asegura que el vehículo tiene suficiente capacidad de tracción para hacer frente a las máximas pendientes de carretera. Es razonable suponer que la velocidad a

la que se remonta esta pendiente es lo suficientemente pequeña como para despreciar la resistencia aerodinámica. Por otra parte, puesto que se trata de la pendiente máxima, la aceleración debe ser nula. De lo contrario, el vehículo tendría capacidad de aceleración que podría canjear por un incremento de la pendiente. Por tanto, la fuerza de tracción (F_t) equilibra la componente longitudinal del peso y la resistencia a la rodadura:

$$F_t = F_r = W(\theta + \rho) \quad (1.25)$$

Esta fuerza de tracción se consigue con un par en las ruedas que es proporcional al radio de las mismas ($T_r = RF_t$). Por otra parte, aceptando rendimiento unidad, el par en las ruedas es sólo función del par motor y de la relación de transmisión:

$$P_m = P_r \quad \Rightarrow \quad T_m \omega_m = T_r \omega_r \quad \Rightarrow \quad T_r = \frac{1}{r} T_m \quad (1.26)$$

De nuevo, puesto que se trata de la pendiente máxima, la relación de transmisión debe ser la mínima disponible, y el par motor debe ser el máximo de la curva de par máximo. De lo contrario, el vehículo tendría capacidad de remontar pendientes mayores:

$$T_r = \frac{1}{r_1} T^* \quad (1.27)$$

Despejando r_1 y sustituyendo el valor del par en las ruedas y la fuerza de tracción, se tiene:

$$r_1 = \frac{T^*}{RW(\theta + \rho)} \quad (1.28)$$

Cuando la pendiente θ es muy grande, conviene prescindir de la hipótesis de ángulos pequeños, en cuyo caso la expresión 1.28 se escribe:

$$r_1 = \frac{T^*}{RW(\sin \theta + \rho \cos \theta)} \quad (1.29)$$

Es interesante resaltar que la velocidad a la que se escala la pendiente θ no es arbitraria. Para que el motor proporcione el par T^* es necesario que gire a la velocidad adecuada ($\omega_m^{T^*}$) y, por tanto, la velocidad del vehículo es $v = Rr_1\omega_m^{T^*}$. También es necesario subrayar que existe una limitación adicional a la máxima pendiente superable que viene dada por el coeficiente de fricción (μ) y la carga normal en las ruedas motrices (W_{motr}). Si $W(\theta + \rho) > \mu W_{\text{motr}}$, las ruedas patinan y el vehículo no sube. En la determinación de r_1 se ha supuesto que la adherencia está garantizada y que, por tanto, $\mu W_{\text{motr}} > W(\theta + \rho)$.

Si las relaciones de transmisión se han generado utilizando una regla recurrente como la regla geométrica 1.23, será muy difícil que alguna de las relaciones obtenidas coincida con la dada por 1.28 (o 1.29). Sin embargo, la expresión 1.28 (o la 1.29) indica la relación necesaria para remontar una pendiente que se ha elegido como razonable, pero nada impide que la pendiente máxima sea ligeramente superior a la fijada a-priori. Por tanto, la regla recurrente puede generar todas las relaciones de transmisión hasta encontrar una que sea inferior o igual a la dada por 1.28 (o por 1.29). En otras palabras, el valor de r_1 sirve para decidir cuándo se detiene el proceso de generación de relaciones, esto es, cuándo se ha alcanzado la relación más corta.

Con la curva de par de la Figura 1.10, para el vehículo que se viene utilizando como ejemplo, y considerando suficiente que el vehículo sea capaz de remontar una pendiente

del 20%, se tiene (de la ecuación 1.29): $r_1 = 0.037$. Por tanto, la secuencia dada en la ecuación 1.24 debe continuarse algunas relaciones más:

$$r_{n-5} = 0.084 \Rightarrow r_{n-6} = 0.064, r_{n-7} = 0.05, r_{n-8} = 0.038, r_{n-9} = 0.029 \quad (1.30)$$

Las cuatro últimas relaciones no están disponibles en la caja comercial cuya relación más corta es $r_1 = 0.0825$. Esta limitación obliga a desechar la caja para el motor en cuestión, o bien a buscar otra solución con una caja en serie como se describirá en la sección 2.5. Conformarse con $r_1 = 0.0825$ limitaría sensiblemente la capacidad de subida del vehículo.

Las relaciones de transmisión a las que se ha hecho referencia hasta ahora corresponden a la relación total entre la velocidad de las ruedas motrices y la del motor. En general, un sistema de transmisión de relaciones discretas cuenta con una o varias reducciones fijas adicionales. En vehículos industriales se tiene una fuerte reducción en el grupo cónico y, a veces, otra reducción en el cubo de las ruedas. La relación total en cualquier marcha viene dada por:

$$r_i = r_i^c r_f \quad (1.31)$$

donde r_i^c es la relación en la caja de cambios, y r_f es producto de todas las relaciones fijas adicionales. Las relaciones r_i suelen ser bastante pequeñas, mientras que las r_i^c son mucho más próximas a la unidad y, por tanto, son más fáciles de conseguir con un número reducido de engranajes. Es más, la reducción r_f se puede elegir de tal manera que una de las relaciones r_i^c sea igual a la unidad. Esta marcha se conoce como la relación “directa”. En directa, la salida de la caja de cambios gira a la misma velocidad que el motor, la caja de cambios transmite el par directamente sin hacer uso de engranajes, y su rendimiento es sensiblemente mayor.

También existen marchas en donde $r_i^c > 1$. Este tipo de relaciones se conocen como “overdrives” o “superdirectas”. Con relaciones superdirectas, la salida de la caja de cambios gira a mayor velocidad que el motor. Puede parecer una contradicción el amplificar la velocidad en la caja de cambios para volverla a reducir en el grupo final. Sin embargo, a veces existen razones que hacen esto aconsejable. Una de ellas es poder utilizar el mismo grupo final para vehículos con distinta caja de cambios. Otra es subir los valores de las menores relaciones de la caja, esto es, agrupar los valores de r_i^c entorno a la unidad. Por último, la relación de máxima velocidad, donde se necesita la mayor potencia en las ruedas y el máximo rendimiento, puede hacerse coincidir con la directa, y utilizar la superdirecta para que, a las velocidades de cruce habituales, el motor trabaje en condiciones de mínimo consumo.

En la transmisión utilizada de ejemplo se puede optar por un diferencial con una reducción de 4 ($r_f = 0.25$), en cuyo caso, las relaciones de transmisión en la caja son:

$$r_1^c = 0.33, r_2^c = 0.44, r_3^c = 0.58, r_4^c = 0.76, r_5^c = 1.00, \text{ y } r_6^c = 1.3 \quad (1.32)$$

La quinta relación es directa, y la sexta es superdirecta.

La elección de una relación de transmisión que mejore el rendimiento del motor puede realizarse mediante un procedimiento análogo al utilizado para la determinación de r_n . Se trata de encontrar el valor de r con el que la velocidad máxima (velocidad de equilibrio con el motor a plena carga) se produce a la velocidad del motor correspondiente al mínimo consumo específico. La curva de consumo del motor en función de la velocidad del mismo es única (Fig. 1.10), pero cuando se representa en función de la velocidad del vehículo se traduce en tantas curvas como relaciones de transmisión existan. La Figura 1.14 muestra

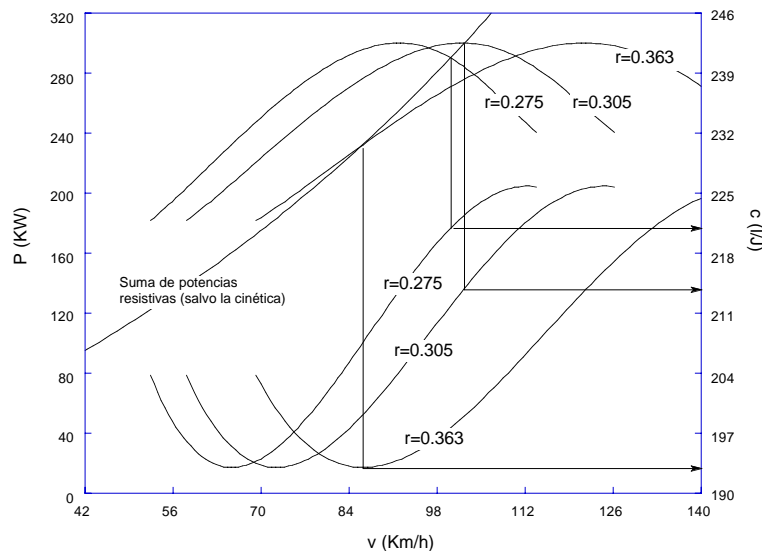


Figura 1.14: Determinación de la relación de mínimo consumo.

cómo se modifica el consumo a velocidad máxima (velocidad que también se modifica) variando la relación de transmisión. En el ejemplo de la Figura 1.14, se requiere una relación $r = 0.363$, superior a la necesaria para conseguir la mayor velocidad máxima ($r = 0.305$).

Por último se debe insistir en que no es necesario ser estricto con los valores de las relaciones de transmisión. Es más, cuando se decide el valor de una relación, se debe estar dispuesto a dejarlo variar en un pequeño intervalo. Para obtener una buena aproximación a un valor racional cualquiera de r_i^c puede ser necesario un tren de varios engranajes. Sin embargo, no interesa que la complejidad de la caja de cambios crezca desmesuradamente, el número de engranajes propios de cada marcha, y su tamaño, está muy limitado. No es crítico renunciar a la exactitud del valor de la relación, mientras que sí sería crítico el que la caja tuviera una complejidad excesiva.

1.4.2 Transmisión Continuamente Variable (CVT)

Se ha visto en la sección anterior que una caja de cambios con un número reducido de relaciones de transmisión puede ser un sucedáneo aceptable de la curva óptima de potencia constante. Sin embargo, si la relación de transmisión se pudiera variar de manera continua en un intervalo determinado, sería posible disponer de una potencia en las ruedas constante, independiente de la velocidad del vehículo (curva óptima). Para ello es necesario hacer que el motor trabaje a un número de vueltas constante, y disponer de una transmisión capaz de transformar la velocidad del motor (constante) a cualquier otra velocidad de las ruedas (arbitraria). En este caso, la relación de transmisión debe variar linealmente y de forma continua con la velocidad de las ruedas. En efecto, la relación de transmisión total se ha definido como $r = \omega_r / \omega_m$. Puesto que ω_m se mantiene constante, r debe variar

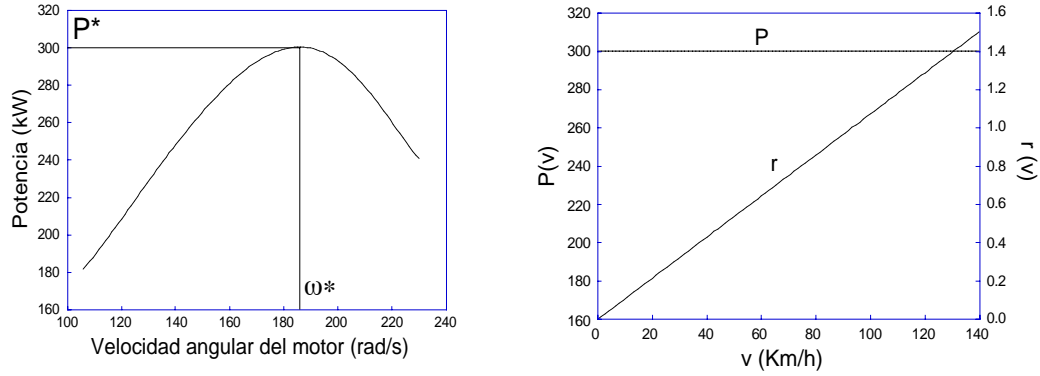


Figura 1.15: Relación de cambio teórica necesaria para cada velocidad del vehículo.

linealmente con ω_r :

$$r = \left(\frac{1}{\omega_m} \right) \omega_r = \left(\frac{1}{\omega_m R} \right) v \quad (1.33)$$

La relación de transmisión en un sistema CVT debe variar en un intervalo lo suficientemente amplio como para barrer un rango aceptable de velocidades del vehículo. Si el sistema en cuestión permite incluir el cero como relación de transmisión (punto muerto) no será necesario el uso de un embrague. Por otra parte, si el mismo sistema admite valores negativos de r , se podrá utilizar como marcha atrás sin dispositivos adicionales.

Para conseguir lo anterior en transmisiones mecánicas existen diversas configuraciones, siendo las más simples las construidas con correas y poleas de diámetro variable (transmisiones de tipo Van Doorne). Estos dispositivos se describirán en la sección 4.1. Se verá que los sistemas de transmisión con relación continua no están aún en condiciones de competir con los sistemas de relaciones discretas. Sólo se han utilizado en transmisiones de baja potencia como motocicletas o turismos pequeños. Sin embargo, si los problemas mecánicos de las transmisiones CVT estuvieran resueltos de manera satisfactoria, se podría hacer un uso mucho más eficiente de los motores de combustión interna.

Capítulo 2

Cambios

2.1 Cajas de Cambio

2.1.1 Trenes de Engranajes

Nadie duda en considerar el invento (o descubrimiento) de la rueda como uno de los primeros, y más importantes, saltos tecnológicos de la humanidad. Los ingenieros mecánicos han utilizado ruedas en prácticamente todas las máquinas y mecanismos. Un par de ruedas en contacto permite transmitir el giro de una de ellas a la otra. La relación de velocidades es inversamente proporcional a la relación de radios y, por tanto, constante, independiente de la posición. Pero la fuerza tangencial entre los discos es insuficiente para transmitir pares elevados. Cuando éste es el caso, se recurre a tallar dientes en las ruedas para intercalarlos y generar fuerzas normales con las que poder transmitir pares muy superiores. El invento de estas *ruedas dentadas* supone también un salto tecnológico de importancia considerable. Los primeros engranajes no conseguían reproducir el movimiento suave de dos discos en contacto. La relación de velocidades dependía de la posición. Para reproducir el movimiento de dos discos es necesario que los perfiles de los dientes de ambas ruedas sean conjugados (cumplan la condición de engrane). El perfil de *cicloide* se ha utilizado con profusión en el pasado, pero las ventajas del perfil de *evolvente* son tan evidentes que prácticamente es el único utilizado en máquinas actuales. En un engranaje de dos ruedas con perfiles de evolvente la *línea de empuje* no varía de posición, la fuerza normal no cambia de dirección, y las reacciones en los apoyos son constantes. Esto ha permitido incrementar la velocidad de los engranajes sin los problemas de vibraciones ocasionados por otro tipo de perfiles.

La velocidad relativa de los puntos de contacto de dos dientes no es nula. Existe componente tangencial de esta velocidad y, por tanto, existe fricción entre los dos dientes. Esta es la fuente fundamental de pérdidas en una transmisión por engranajes. Además, para asegurar que los dientes entren en contacto antes de que los anteriores se hayan separado, es necesario diseñar las ruedas con un cierto grado de *recubrimiento*. Pero esto obliga a utilizar un tramo mayor de la *línea de engrane* lo que hace aumentar la velocidad de deslizamiento media y las pérdidas. Los engranajes helicoidales permiten que los dientes entren en carga progresivamente, y la hélice proporciona un recubrimiento adicional. El recubrimiento propio de los perfiles se puede reducir sin consecuencias negativas y, por tanto, se puede mejorar el rendimiento. Si la fuerza axial que resulta del uso de dientes helicoidales llegara a convertirse en un problema, se puede solucionar agrupando dos ruedas

con las hélices invertidas.

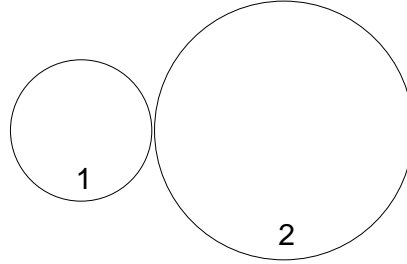


Figura 2.1: Engranaje exterior.

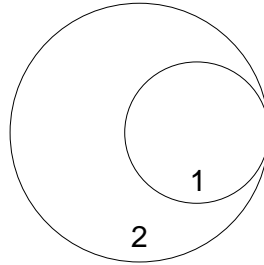


Figura 2.2: Engranaje interior.

La relación de transmisión (constante) en un engranaje es inversamente proporcional al número de dientes de las ruedas. Cuando el engranaje es exterior (Figura 2.1) la relación es:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2} \quad (2.1)$$

donde ω es la velocidad angular de la rueda, y z su número de dientes. Los subíndices hacen referencia a la rueda en cuestión. Cuando el engranaje es interior (Figura 2.2) la relación es:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} \quad (2.2)$$

A veces una determinada relación de cambio no puede conseguirse con sólo dos ruedas dentadas, es necesario utilizar varias ruedas que engranen entre sí. El dispositivo se conoce como *tren de engranajes*. El tren se denomina *ordinario* cuando no existe movimiento relativo entre los ejes de las ruedas. En caso contrario, el tren se denomina *epicicloidal*.

Para leer el resto de la sección no se requiere un conocimiento muy detallado de engranajes. Es posible que lo estrictamente esencial esté recogido en los párrafos anteriores. Pero el conocimiento de las cajas de cambio no estaría completo si faltara la geometría y la mecánica de los engranajes. Para ello se recomienda utilizar uno de los muchos textos específicos que se han publicado.

Trenes Ordinarios

En un tren de engranajes ordinarios, la velocidad angular de cualquier rueda respecto de su eje coincide con su velocidad angular referida a unos ejes estacionarios. Por tanto, para obtener la relación de transmisión entre cualquiera dos ruedas del tren basta con multiplicar las relaciones de transmisión de cada dos ruedas engranadas, hasta enlazar la rueda de entrada con la de salida. En el ejemplo de la Figura 2.3, la rueda 1 está engranada con la rueda 2 que, a su vez, está engranada con la 3. La rueda 3 es solidaria con la 4 que está engranada con la 5. La relación de transmisión entre la 1 y la 5 es:

$$\mu_{15} = \frac{\omega_5}{\omega_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right) \left(\frac{\omega_4}{\omega_3}\right) \left(\frac{\omega_5}{\omega_4}\right) = \left(-\frac{z_1}{z_2}\right) \left(-\frac{z_2}{z_3}\right) (1) \left(-\frac{z_4}{z_5}\right) = -\frac{z_1 z_4}{z_3 z_5} \quad (2.3)$$

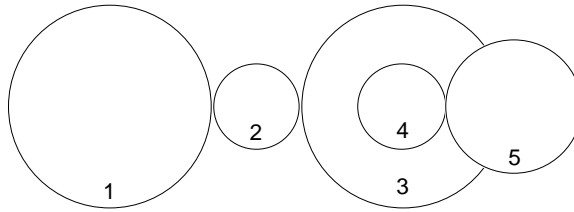


Figura 2.3: Tren de engranajes ordinario.

En general:

$$|\mu| = \frac{\text{producto de } z\text{'s conductoras}}{\text{producto de } z\text{'s conducidas}} \quad (2.4)$$

Una rueda que es a la vez conductora y conducida no interviene en la relación de transmisión. Puede servir para cambiar el sentido del giro o salvar la distancia entre ejes. En el ejemplo de la Figura 2.3, la única rueda que es a la vez conductora y conducida es la 2. Esta rueda cambia el sentido de giro.

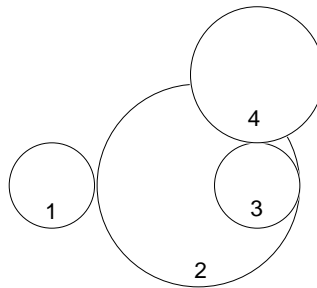


Figura 2.4: Tren de engranajes ordinario con engranaje interior.

En el ejemplo de la Figura 2.4, la rueda 1 está engranada con la rueda 2 que, a su vez, está engranada con la 3. La rueda 3 está engranada con la 4. La relación de transmisión entre la 1 y la 4 es:

$$\mu_{14} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right) \left(\frac{\omega_4}{\omega_3}\right) = \left(-\frac{z_1}{z_2}\right) \left(\frac{z_2}{z_3}\right) \left(-\frac{z_3}{z_4}\right) = \frac{z_1}{z_4} \quad (2.5)$$

Las ruedas 2 y 3 son, al mismo tiempo, conductoras y conducidas. Sus tamaños (números de dientes) no influyen en la relación. Por otra parte, el engranaje 2-3 no invierte el signo.

Trenes Epicicloidaes

Un tren epicicloidal es, por definición, un tren de engranajes en el que una o varias ruedas giran entorno a un eje que no es fijo. En muchos de estos trenes no es posible conocer la velocidad de todas las ruedas en función de la velocidad de una de ellas, a menos que se imponga una condición adicional. En la Figura 2.5 se muestra un tren epicicloidal típico. La corona (C) tiene un dentado interior que engrana con un número determinado de satélites idénticos. Éstos, a su vez, engranan con una rueda central llamada planeta (P). Los satélites giran locos sobre sus ejes. Los ejes de todos los satélites están unidos a una pieza común conocida como portasatélites (S). Tanto la corona, como el planeta, como el portasatélites, giran alrededor de un eje común que servirá para referir las velocidades de estas tres piezas. Es claro que, en este caso, es necesario conocer la velocidad de dos ejes para determinar la del tercero. Por ejemplo, conocida la velocidad de la corona y el portasatélites se puede obtener la del planeta. O lo que es lo mismo, conocida la velocidad de la corona se puede determinar la relación entre la velocidad del planeta y el portasatélites (relación de transmisión P-S). Cuando la velocidad del portasatélites es nula, el tren deja de ser epicicloidal para convertirse en un tren ordinario. En este caso, las reglas para la obtención de la relación de transmisión son las dadas en el apartado anterior. Los satélites son conductores y conducidos y, por tanto, la relación de velocidades entre el planeta y la corona es:

$$\mu_s = \left(\frac{\omega_c}{\omega_p} \right)_s = -\frac{z_p}{z_c} \quad (2.6)$$

donde el subíndice s hace referencia a que el portasatélites (S) está en reposo. Esta es la misma relación de transmisión que vería un observador fijo al portasatélites también en el caso general en que el portasatélites tiene una velocidad angular ω_s distinta de cero. Para este observador la velocidad de la corona es: $\omega'_c = \omega_c - \omega_s$, y la del planeta es $\omega'_p = \omega_p - \omega_s$, y la relación de transmisión entre estas dos velocidades es, necesariamente, la dada por 2.6:

$$\mu_s = \left(\frac{\omega'_c}{\omega'_p} \right) = \left(\frac{\omega_c - \omega_s}{\omega_p - \omega_s} \right) \quad (2.7)$$

Esta ecuación se conoce como relación de Willis y también puede reordenarse en la forma:

$$\omega_c = \mu_s \omega_p + (1 - \mu_s) \omega_s \quad (2.8)$$

La relación supone una ligadura entre tres velocidades. Como se ha comentado es necesario especificar dos de ellas para determinar la tercera.

Las ecuaciones de Willis, dadas por 2.7 o 2.8, son de aplicación general a cualquier tren epicicloidal. Basta con utilizar el valor correcto de μ_s (relación como tren ordinario). En la Figura 2.6 se muestra otro ejemplo de tren epicicloidal. En este caso no existe corona sino dos planetas (1 y 4), y dos juegos de satélites (2 y 3) unidos al portasatélites (S). El valor de μ_s es:

$$\mu_s = \left(\frac{\omega_B}{\omega_A} \right)_s = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \quad (2.9)$$

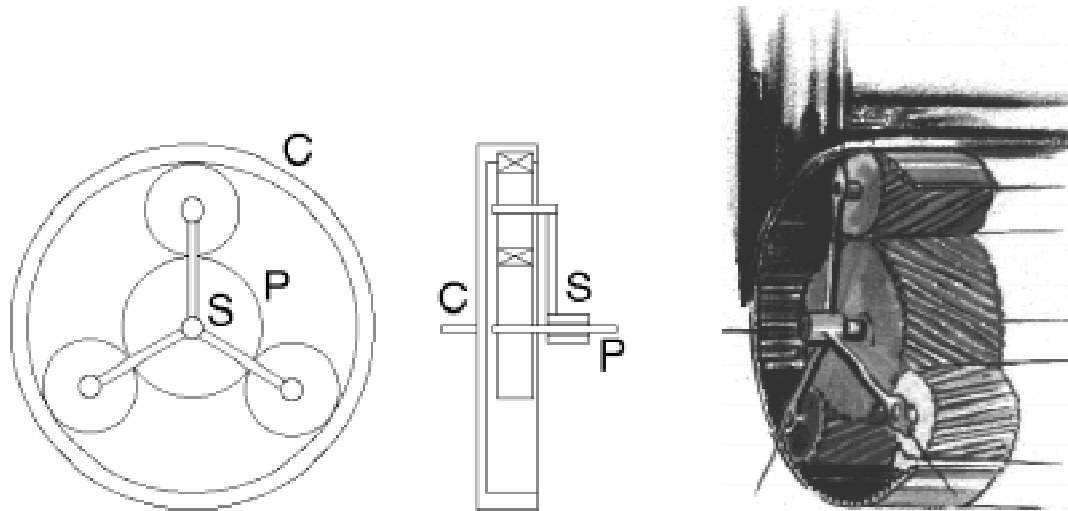


Figura 2.5: Tren epicicloidal.

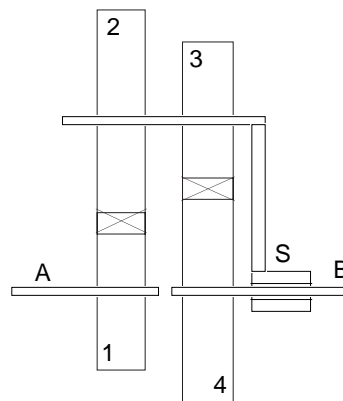


Figura 2.6: Tren epicicloidal sin corona.

y la relación de Willis es:

$$\mu_s = \left(\frac{\omega_B - \omega_s}{\omega_A - \omega_s} \right) \quad (2.10)$$

2.1.2 Cajas de Cambio Simplificadas

Caja de Trenes Ordinarios de Dos Velocidades

El principio de funcionamiento de las cajas de cambio usadas en la actualidad puede estudiarse sobre cajas simplificadas de dos velocidades. En la Figura 2.7 se muestra (en perspectiva y en esquema) una caja manual con tres ejes, un selector de velocidades, y cuatro ruedas dentadas que engranan dos a dos permanentemente. Los ejes de entrada y de salida están sobre la misma recta. El eje de entrada es solidario con la rueda 1. Entre

este eje y el de salida existe un rodamiento de manera que sus velocidades pueden ser distintas. La rueda 4 está montada sobre el eje de salida mediante un rodamiento, de esta manera la velocidad de la rueda y el eje no tienen que coincidir necesariamente. El eje auxiliar es solidario con las ruedas 2 y 3. El embrague de perro o cerrojo (E, Fig. 2.7) está montado sobre el eje de salida de manera que gira con éste y, a la vez, puede deslizarse sobre el mismo.

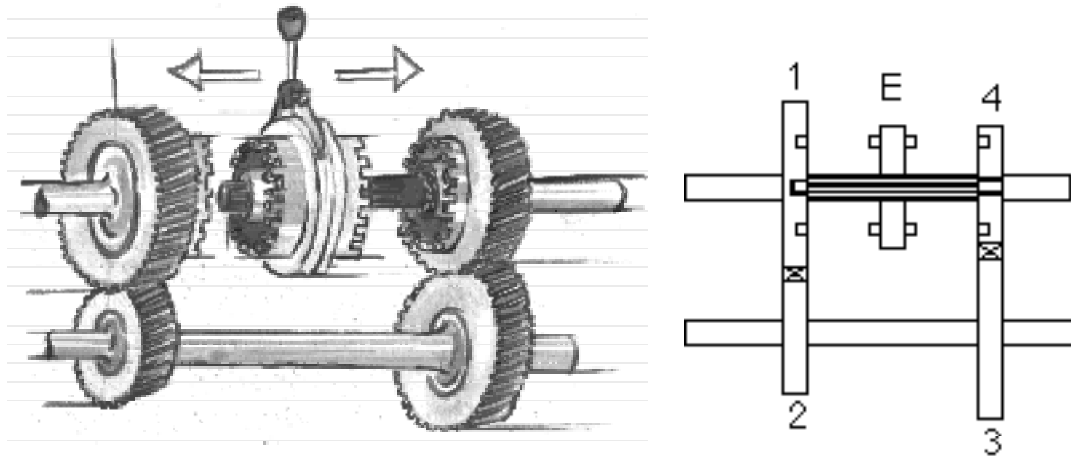


Figura 2.7: Caja de cambio de trenes ordinarios de dos velocidades.

La primera marcha se obtiene desplazando el selector (embrague de perro, perro, o cerrojo) hacia la derecha. En esta posición los dientes del perro se fijan a la rueda 4 y la obligan a girar a su misma velocidad, pero el embrague de perro siempre gira con el eje de salida, por tanto, el eje de salida se hace solidario con la rueda 4. En esta situación, la transmisión de potencia se hace en dos pasos (a través de dos engranajes): el 1-2 y el 3-4. Puesto que el eje de entrada se mueve con la rueda 1 y el de salida con la 4, se tiene una relación de transmisión de valor:

$$r_1^c = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \quad (2.11)$$

En una caja en la que $z_1 = z_3 = 2z_2 = 2z_4$, se tiene una reducción en primera de $r_1^c = 0.25$.

La segunda marcha se obtiene desplazando el perro hacia la izquierda, esto es, desembragando la rueda 4 del eje de salida y embragando la 1. En esta posición la potencia se transmite directamente del eje de entrada al eje de salida. La rueda 1 sigue arrastrando en su movimiento al eje 2-3 y a la rueda 4, pero este movimiento es independiente del eje de salida, los dientes de los engranajes están prácticamente descargados y la transmisión de potencia tiene un rendimiento próximo a la unidad. Esta marcha se denomina “directa”, la relación de transmisión es:

$$r_2^c = 1 \quad (2.12)$$

independiente del número de dientes en las distintas ruedas.

Caja de Trenes Epicicloides de Dos Velocidades

En la Figura 2.8 se han unido dos trenes epicicloides mediante dos ligaduras:

$$\omega_{p1} = \omega_{p2} \quad (2.13)$$

$$\omega_{s1} = \omega_{s2} \quad (2.14)$$

Las ecuaciones de Willis de cada tren se escriben:

$$\omega_{c1} = \mu_1 \omega_{p1} + (1 - \mu_1) \omega_{s1} \quad (2.15)$$

$$\omega_{c2} = \mu_2 \omega_{p2} + (1 - \mu_2) \omega_{s2} \quad (2.16)$$

y representan dos ligaduras adicionales. Se tienen seis velocidades (ω_{p1} , ω_{s1} , ω_{c1} , ω_{p2} , ω_{s2} , y ω_{c2}) relacionadas por cuatro ligaduras (ec. 2.13, 2.14, 2.15, y 2.16). Quedan, por tanto, dos grados de libertad. Para determinar la velocidad de la salida (sea ω_{s2}) en función de la de la entrada (sea ω_{p1}) se necesita imponer una condición adicional. Esto es precisamente lo que se necesita para disponer de una caja de cambios. Por ejemplo, con dos frenos independientes sobre las carcasas de las coronas, se puede detener la carcasa 1 dejando la 2 libre, o frenar la 2 y dejar la 1 libre. En cualquiera de los dos casos la relación de transmisión está determinada. La primera relación se obtiene frenando la segunda carcasa ($\omega_{c2} = 0$). En esta situación, el primer tren está inactivo, no interviene en la transmisión de potencia. De la ecuación 2.16 se tiene:

$$r_1^c = \frac{\mu_2}{\mu_2 - 1} \quad (2.17)$$

La segunda relación se obtiene frenando la primera carcasa ($\omega_{c1} = 0$). Sustituyendo esta relación en 2.15, y teniendo en cuenta las ligaduras 2.13, y 2.14, se tiene que $\omega_{c2} = \omega_{p2} \mu_1 / (\mu_1 - 1)$. Introduciendo esta relación en 2.16 se obtiene la nueva relación de transmisión:

$$r_2^c = \frac{\mu + \mu_2 - \mu_1 \mu_2}{\mu + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - 1} \quad (2.18)$$

En una caja formada por dos trenes idénticos en los que las coronas tengan el doble de dientes que los planetas ($\mu_1 = \mu_2 = -0.5$), se tiene que la relación de transmisión en primera es $r_1^c = 0.33$, y $r_2^c = 0.55$ en segunda.

Esta misma caja simplificada admite algunas relaciones más variando las ligaduras rígidas para permitir la conexión y desconexión de distintos elementos. Sin embargo, es posible que las relaciones resultantes sean muy dispares o no se ajusten a las determinadas como necesarias para el motor y vehículo en cuestión (ver sección 1.4.1). Para ello es necesario utilizar algunos trenes epicicloides adicionales con los que tener suficiente juego como para encontrar las relaciones deseadas.

La ecuación de Willis hace pensar que un tren epicicloidal simple puede usarse como transmisión continuamente variable sin más que controlar la velocidad del portasatélites con algún motor que pueda variar su velocidad de funcionamiento en un rango amplio (por ejemplo, un motor eléctrico). Sin embargo, se comprueba que para que el sistema funcione es necesario suministrar la mayor parte de la potencia a través del portasatélites, esto es, para que la transmisión funcione se necesita una planta de potencia importante que no requiera transmisión, con lo cual se puede prescindir del motor de combustión y de la transmisión. La solución al problema de la transmisión continuamente variable no es tan sencilla. No obstante, esta idea puede ser interesante para vehículos híbridos.

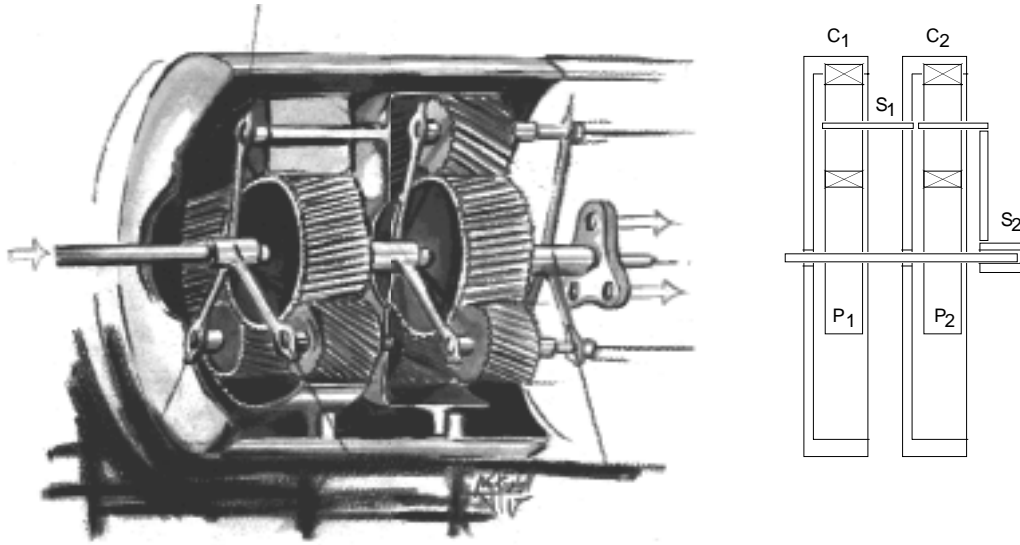


Figura 2.8: Caja de cambio de trenes epicicloidales de dos velocidades.

2.1.3 Cajas de Cambio Reales

Cajas de Trenes Ordinarios

La Fig. 2.9 muestra una caja de cinco velocidades y dos pasos. El principio de funcionamiento es idéntico al descrito para la caja simplificada de la Figura 2.7. El eje de entrada es solidario a un piñón de ataque. El piñón de ataque está engranado con una rueda del eje auxiliar. En este eje se tallan o fijan otra serie de ruedas de manera que todas ellas giran a la misma velocidad. Cada rueda del eje auxiliar engrana (permanentemente) con una en el eje de salida. El eje de salida y el de entrada son coaxiales pero están unidos por un rodamiento de manera que sus velocidades pueden ser distintas. Las ruedas dentadas acomodadas en el eje de salida están montadas sobre rodamientos de agujas. Entre cada dos ruedas del eje de salida existe un embrague de perro doble (simétrico). Estos embragues giran con el eje de salida estriado y se pueden desplazar axialmente sobre él. Cuando todos los embragues se mantienen en posición central no existe conexión entre el eje de entrada y salida. La caja está en posición de *punto muerto*. El eje de entrada, si gira, arrastrará al eje auxiliar, y las ruedas de éste arrastrarán a todas las ruedas montadas sobre el eje de salida. Las velocidades de todas ellas serán distintas entre sí, y distintas de la velocidad del eje de salida al que no pueden arrastrar. Las diferentes relaciones de transmisión se seleccionan desplazando uno, y sólo uno, de los perros hacia la izquierda o la derecha. Así se consigue que una, y sólo una, de las ruedas del eje de salida se haga solidaria con él y lo arrastre en su giro. El resto de ruedas siguen girando locas, cada una a la velocidad que le corresponda.

La relación de transmisión en la caja para la marcha i es:

$$r_i^c = \frac{z_a z_i'}{z_a' z_i} \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.19)$$

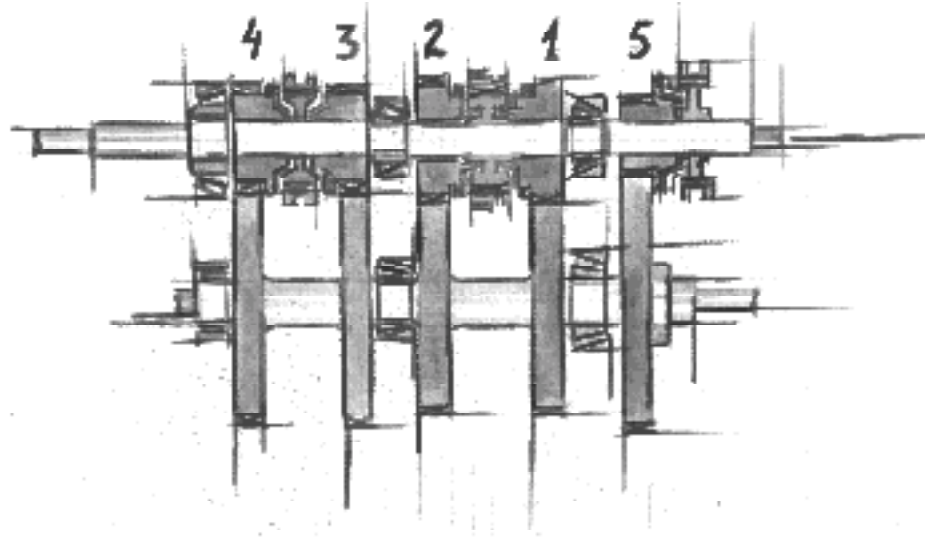


Figura 2.9: Caja manual de cinco velocidades (dos pasos).

donde el subíndice a hace referencia al piñón de ataque, y el i al engranaje que interviene en la relación i . El apóstrofe se refiere a ruedas en el eje auxiliar. Es interesante notar que el cociente z_a/z'_a es común a todas las marchas, y que el cociente z_i/z'_i puede variar arbitrariamente siempre que la suma de radios de las ruedas i e i' sea constante e igual a la suma de los radios de las ruedas a y a' :

$$R_a + R'_a = R_i + R'_i \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.20)$$

El montaje de la caja no sería posible sin esta última condición. Condición que se reduce a $z_a + z'_a = z_i + z'_i$ $i = 1, 2, \dots, 5$ cuando se utiliza el mismo módulo (o paso) y la misma holgura para todos los engranajes.

La caja se denomina de dos pasos porque la potencia se transmite a través de dos engranajes “en serie”, esto es, toda la potencia pasa por uno de los engranajes y después por el otro. En el caso de una caja de cinco velocidades y un paso (Fig. 2.10) el número de engranajes activos se reduce de dos a uno y, por tanto, las pérdidas por fricción se reducen considerablemente.

La lubricación de los distintos engranajes de las cajas de cambio se hace llenando la caja con aceite hasta un determinado nivel. Este nivel no suele ser muy alto, de manera que son las propias ruedas dentadas las que remueven el aceite y generan una nube de gotas en suspensión que lubrican los distintos contactos. No es conveniente llenar la caja con más aceite del recomendado, lo único que se consigue con ello es aumentar las pérdidas por bombeo. Esto puede impedirse con una localización apropiada del tapón de llenado. Los asientos de los rodamientos o cojinetes de las ruedas pueden lubricarse mediante pequeños conductos que transportan aceite desde la base de la caja hasta el eje en cuestión. La bomba utilizada para impulsar el aceite en este caso es una típica bomba de engranaje.

En la Figura 2.11 se muestra, con cierto grado de detalle, la sección de una caja de cambio de cinco velocidades hacia adelante y una hacia atrás. La caja tiene tres cerrojos

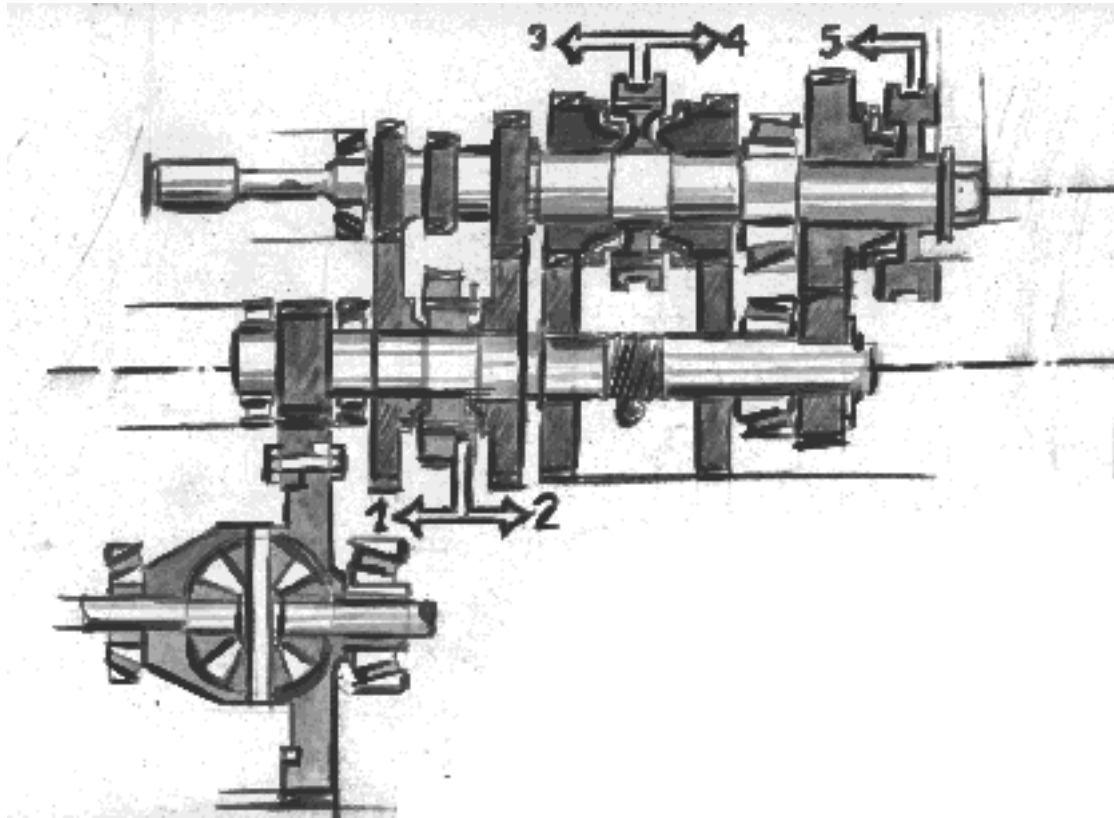


Figura 2.10: Caja manual de cinco velocidades (un paso).

que permiten seleccionar las seis velocidades, incluida la marcha atrás (única relación de valor negativo). Se aprecian los conductos para la lubricación, la bomba de aceite, los rodamientos sobre los que se apoyan los ejes, y la barra que permite desplazar los cerrojos. También se aprecian los conos de sincronización que se describirán en la sección 2.4. Como en las cajas anteriores, todas las relaciones están permanentemente engranadas. Para seleccionar una relación se enclava la rueda correspondiente en el eje de salida. También la marcha atrás está permanentemente engranada. La relación negativa se consigue con una rueda auxiliar que conecta el eje secundario con la rueda correspondiente del eje de salida. Esta última rueda gira permanentemente en sentido contrario al giro del eje de entrada. Sólo cuando esté enclavada al eje de salida lo arrastrará en su movimiento. La rueda auxiliar no aparece en el gráfico puesto que se encuentra en un plano distinto al de la sección.

Cajas de Trenes Epicicloides

En la Figura 2.12 se muestra una caja de trenes epicicloides de cuatro velocidades y marcha atrás. La caja consta de tres trenes epicicloides conectados mediante enlaces rígidos, embragues, y frenos. Tanto los embragues como los frenos pueden estar abiertos o cerrados. Esto da lugar a un número de configuraciones (abierto/cerrado) muy elevado. Sin embargo, no todas las combinaciones proporcionan relaciones de transmisión distintas

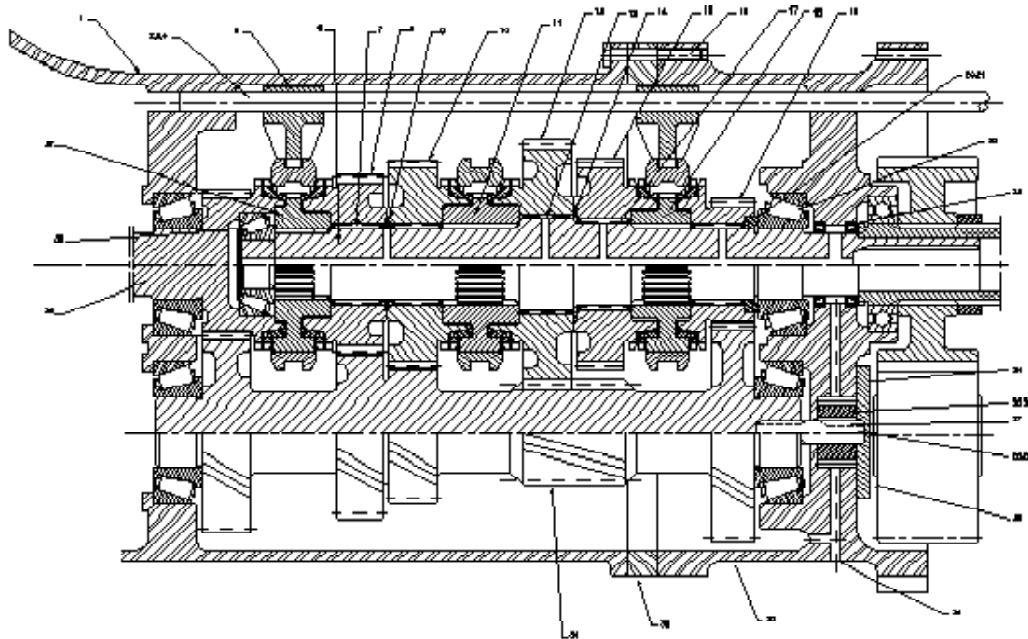


Figura 2.11: Sección y detalles de una caja manual (dos pasos).

o razonables, ni todas ellas son factibles cinemáticamente.

La notación de los frenos y embragues de la Figura es la siguiente:

F_1 freno de la superdirecta (4^a)

F_2 freno de la segunda marcha

F_3 freno de la marcha atrás

E_1 embrague de las marchas naturales ($r \leq 1$, 1^a , 2^a , 3^a)

E_2 embrague de las marchas altas (3^a y 4^a) y de la marcha atrás

E_3 embrague de las marchas hacia adelante

E_u embrague unidireccional

Los frenos y embragues no se describirán con detalle en esta sección. Para entender el funcionamiento de la caja bastará con decir lo siguiente. Un freno relaciona la velocidad de un “eje” con la velocidad nula de la carcasa. Cuando el freno está abierto las velocidades pueden ser distintas, mientras que cuando está cerrado las velocidades son iguales, esto es, el eje está parado. El cierre no es instantáneo, el eje tarda un pequeño tiempo en detenerse. En este tiempo el freno está patinando y disipando calor. Un embrague es un dispositivo muy similar. Se podría decir que es un freno entre dos “ejes”. Esto es, un embrague relaciona la velocidad de un eje con la velocidad de otro. Cuando el embrague está abierto las velocidades pueden ser distintas, mientras que cuando está cerrado las

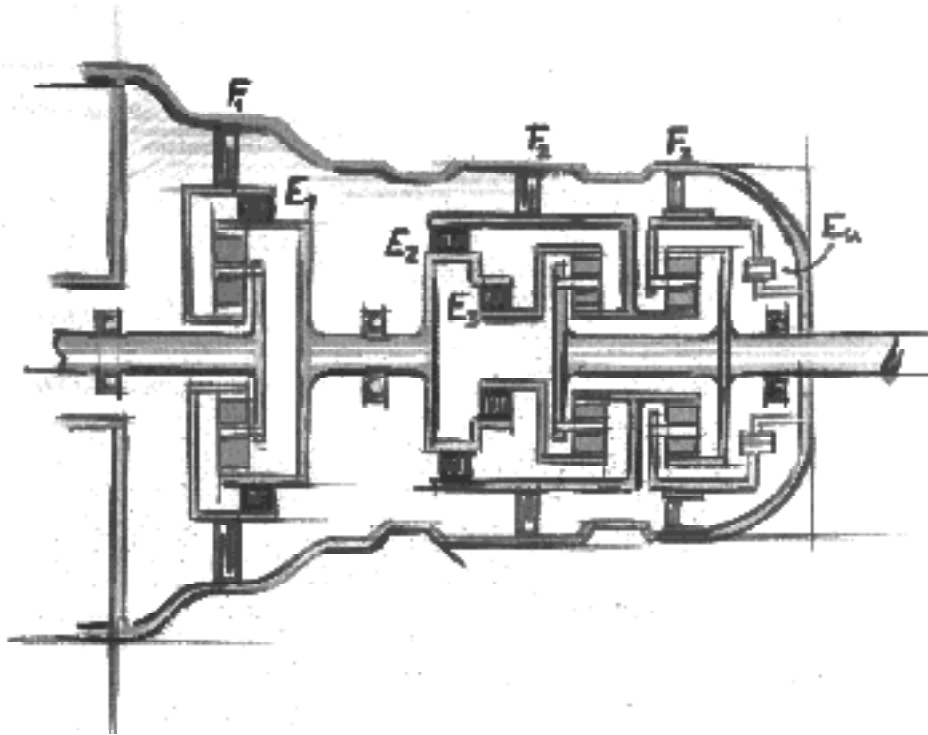


Figura 2.12: Caja automática de tres velocidades.

velocidades son iguales, esto es, los dos ejes son solidarios. El cierre no es instantáneo, los ejes tardan un pequeño tiempo en igualar sus velocidades. En este tiempo el embrague está patinando y disipando calor.

Un embrague unidireccional se puede definir como un dispositivo que *rectifica* el par transmitido entre dos “ejes”. El momento torsor en la sección del embrague sólo puede existir cuando tiene un signo determinado, mientras que se anula cuando tiende a adquirir el signo contrario. Funciona entonces como un diodo mecánico. Es evidente que el diodo, además de rectificar el torsor, rectifica el giro relativo. El giro relativo entre los ejes unidos por el embrague unidireccional sólo puede existir cuando tiene un signo determinado, mientras que se anula (los ejes se hacen solidarios) cuando tiende a adquirir el signo contrario. El diodo se abre o se cierra en función de las condiciones cinemáticas. El sentido de la apertura (o cierre) sólo puede elegirse en fase de montaje (si la posición de montaje del embrague se gira 180° , se invierte el signo del torsor que puede transmitirse) pero no durante el funcionamiento de la caja.

En la Tabla 2.1 se especifica la situación (cerrado/abierto) de cada uno de los embragues y frenos de la lista anterior para cada una de las marchas factibles. El estado del embrague unidireccional aparece en minúscula para resaltar que no puede elegirse arbitrariamente. Lo único que podrá hacerse es comprobar que, en cada marcha, las condiciones cinemáticas obligan al embrague a cerrarse o abrirse de acuerdo con la Tabla 2.1.

Para obtener las relaciones de transmisión en cada marcha se utilizará la siguiente notación: ω_1 es la velocidad del eje de entrada a la caja de cambios, ω_2 es la veloci-

| | F_1 | F_2 | F_3 | E_1 | E_2 | E_3 | E_u |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1^a | A | A | A | C | A | C | c |
| 2^a | A | C | A | C | A | C | a |
| 3^a | A | A | A | C | C | C | a |
| 4^a | C | A | A | A | C | C | a |
| Marcha atrás | A | A | C | C | C | A | a |

Tabla 2.1: Configuración de ligaduras para cada marcha (A=abierto, C=cerrado).

dad del eje de salida, ω_{ci} , ω_{si} , ω_{pi} son, respectivamente, las velocidades de la corona, el portasatélites, y el planeta del tren i , siendo $i = 1, 2, 3$ cada uno de los tres trenes epicicloidales empezando a contar por la izquierda de la figura. Análogamente μ_i , $i = 1, 2, 3$ son las relaciones de dientes $-z_{pi}/z_{ci}$ de cada tren.

Las ecuaciones de Willis de los tres trenes se escriben:

$$\omega_{c1} = \mu_1\omega_{p1} + (1 - \mu_1)\omega_{s1} \quad (2.21)$$

$$\omega_{c2} = \mu_2\omega_{p2} + (1 - \mu_2)\omega_{s2} \quad (2.22)$$

$$\omega_{c3} = \mu_3\omega_{p3} + (1 - \mu_3)\omega_{s3} \quad (2.23)$$

Ecuaciones que están relacionadas por las siguientes ligaduras fijas:

$$\omega_{p2} = \omega_{p3} \quad (2.24)$$

$$\omega_{s2} = \omega_{c3} \quad (2.25)$$

además de las ligaduras variables proporcionadas por los frenos y embragues de acuerdo al esquema de la Tabla 2.1. Las conexiones de los ejes de entrada y salida son:

$$\omega_1 = \omega_{s1} \quad (2.26)$$

$$\omega_2 = \omega_{c3} \quad (2.27)$$

En primera marcha, el embrague E_1 está cerrado y, por tanto, el tren 1 gira como un sólido rígido. En efecto, al cerrar el embrague E_1 se garantiza la ligadura $\omega_{c1} = \omega_{p1}$ que, introducida en la ecuación 2.21, la convierte en $\omega_{p1} = \omega_{s1}$. En definitiva, las tres velocidades son idénticas ($\omega_{c1} = \omega_{p1} = \omega_{s1}$) y el tren deja de ser un mecanismo para convertirse en un sólido rígido. Este resultado no debe extrañar en absoluto. Cualquier ligadura interna en un tren epicicloidal bloquea el único grado de libertad *extra* e iguala las velocidades de sus tres ejes (C,P, y S).

El embrague E_3 también está cerrado en primera con lo que se garantiza la ligadura $\omega_{c1} = \omega_{c2}$. Además, de acuerdo con la Tabla 2.1, el embrague unidireccional E_u está cerrado y, por tanto, $\omega_{s3} = 0$. Esto se puede asumir ahora y comprobar luego, una vez obtenida la relación de transmisión. Al introducir todas las restricciones indicadas anteriormente en las ecuaciones 2.22 y 2.23, se obtiene:

$$\omega_1 = \mu_2\omega_{p2} + (1 - \mu_2)\omega_2 \quad (2.28)$$

$$\omega_2 = \mu_3\omega_{p2} \quad (2.29)$$

De la segunda ecuación se tiene que $\omega_{p2} = \omega_2/\mu_3$, que introducido en la primera la convierte en $\omega_1 = (1 - \mu_2 + \mu_2/\mu_3)\omega_2$. La relación de transmisión (ω_2/ω_1) en primera es:

$$r_1^c = \frac{1}{1 - \mu_2 + \frac{\mu_2}{\mu_3}} \quad (2.30)$$

Por ejemplo, para una caja con tres trenes epicicloidales idénticos ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$) en los que $\mu = -0.5$, se tiene $r_1^c = 0.4$, que es un valor típico.

Para comprobar que E_u está cerrado se puede analizar el equilibrio de la caja completa. Puesto que los frenos están todos abiertos, el par de reacción (T_r) que la carcasa transmite a la caja se hace a través del embrague E_u . Se toma como signo positivo de los torses el que tiene el par en el eje de entrada a la caja (T_1) y, de igual manera, se toma como signo positivo de las velocidades el que tiene la velocidad del eje de entrada a la caja (ω_1). El equilibrio de la caja se escribe:

$$T_1 + T_r - T_2 = 0 \quad (2.31)$$

Al ser $r_1^c > 0$, el torsiador T_2 tiene el mismo signo que T_1 . De hecho $T_2 = T_1/r_1^c$ cuando se desprecian las pérdidas, con lo que $T_r = (1/r_1^c - 1)T_1$, que para el valor de r_1^c utilizado en el ejemplo se reduce a $T_r = 1.5T_1$. En este caso, el signo del par de reacción sobre la caja es igual al signo del par en el eje de entrada (positivo). Por tanto, el embrague unidireccional debe estar montado de tal manera que impida velocidades negativas y admita las positivas ($\omega_{s3} \geq 0$). Cuando la Tabla 2.1 exija que E_u debe estar abierto, habrá que comprobar que la cinemática obliga a que el portasatélites 3 gire en sentido positivo.

Es interesante resaltar que el diseño basado en un embrague unidireccional no es del todo satisfactorio puesto que el vehículo no retiene en primera. Cuando se invierte el signo de T_1 , también se invierte el de T_r , pero esto no es posible porque no existen medios para aplicar un T_r negativo y por tanto, la caja no transmite los pares negativos al motor. Esto se puede corregir diseñando el circuito de control de tal manera que el freno F_3 se cierre también en primera.

Los embragues E_1 y E_3 permanecen cerrados en el paso de primera a segunda. Por tanto, el primer tren sigue siendo un sólido rígido, y la ligadura $\omega_{c1} = \omega_{c2}$ continúa siendo válida. Además, el freno F_2 está cerrado, lo que garantiza que $\omega_{p2} = 0$. Al introducir estas restricciones (más las fijas) en las ecuaciones 2.21, 2.22, y 2.23, se obtiene:

$$\omega_1 = (1 - \mu_2) \omega_2 \quad (2.32)$$

de donde:

$$r_2^c = \frac{1}{1 - \mu_2} \quad (2.33)$$

Para la caja del ejemplo ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = -0.5$) se tiene $r_2^c = 0.67$, que es un valor típico.

El tercer tren no interviene en la relación de transmisión, pero su ecuación de Willis permite obtener la velocidad de su portasatélites para determinar el estado de E_u :

$$\omega_{s3} = \frac{1}{1 - \mu_3} \omega_2 \quad (2.34)$$

El signo de ω_{s3} coincide con el de ω_2 al ser $1/(1 - \mu_3) > 0$, y el de ω_2 coincide con el de ω_1 al ser $r_2^c > 0$. El portasatélites 3 gira en sentido positivo y mantiene el diodo (E_u) abierto.

Los embragues E_1 y E_3 permanecen cerrados en el cambio de segunda a tercera. Por tanto, el primer tren sigue siendo un sólido rígido, y la ligadura $\omega_{c1} = \omega_{c2}$ continúa siendo válida. Además, el embrague E_2 está cerrado, lo que supone una ligadura interna para el tren 2 ($\omega_{c2} = \omega_{p2}$) que lo convierte en un sólido. La transmisión es por tanto directa ($\omega_1 = \omega_2$):

$$r_3^c = 1 \quad (2.35)$$

El tercer tren no interviene en la relación de transmisión, pero su ecuación de Willis permite determinar que $\omega_{s3} = \omega_2$. Tampoco este tren tiene movimientos relativos. El signo de ω_{s3} es positivo con lo que E_u permanece abierto.

Para pasar a cuarta se mantienen cerrados los embragues E_2 y E_3 , de manera que los trenes 2 y 3 se comportan como un eje rígido. El embrague E_1 está abierto (el tren 1 deja de ser un sólido) y el freno F_1 cerrado ($\omega_{p1} = 0$). La ecuación 2.21 se transforma en $\omega_2 = (1 - \mu_1) \omega_1$, de donde:

$$r_4^c = 1 - \mu_1 \quad (2.36)$$

Para la caja del ejemplo ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = -0.5$) se tiene $r_4^c = 1.5$, que es un valor típico.

Cuando se selecciona la marcha atrás, se cierran los embragues E_1 y E_3 , y el freno F_3 . El resto de embragues y frenos se abren. Por tanto, el tren 1 transmite el giro como un eje rígido hasta los planetas de los trenes 2 y 3. El tren 2 no interviene en la relación de transmisión. El freno F_3 garantiza que $\omega_{s3} = 0$. Al introducir estas ligaduras en la ecuación 2.23 se transforma en $\omega_2 = \mu_3 \omega_1$, de donde:

$$r_r^c = \mu_3 \quad (2.37)$$

Para la caja del ejemplo ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = -0.5$) se tiene $r_r^c = -0.5$. El signo negativo indica que la salida de la caja gira en sentido contrario a la entrada y confirma que se trata de una marcha atrás.

2.2 Selección de Marchas

Se ha comentado que las cajas de trenes ordinarios son típicas de las transmisiones mecánicas con accionamiento manual, mientras que las cajas de trenes epicicloidales lo son de transmisiones hidrodinámicas con accionamiento automático. Sin embargo, es evidente que ambas cajas se pueden usar tanto en transmisiones mecánicas como hidrodinámicas y que, en cualquiera de los dos casos, el accionamiento puede ser manual o automático. Sería posible encontrar un ejemplo de cada una de las ocho combinaciones de “tipo de transmisión”– “tipo de caja”– “tipo de accionamiento”, aunque alguna de ellas se utilice, o haya sido utilizada, sólo en raras ocasiones. En esta sección se describirán las tres combinaciones más usuales.

2.2.1 Transmisión Mecánica – Caja de Trenes Ordinarios – Accionamiento Manual

Cuando la transmisión es mecánica, la velocidad del motor (ω_m) está determinada por la relación de transmisión total (r_i), la velocidad del vehículo (v), y el radio de las ruedas (R): $\omega_m = v/(Rr_i)$. No es razonable que un cambio de marcha requiera, para su ejecución, un intervalo de tiempo exagerado. Por tanto, es factible suponer que la velocidad del vehículo se mantiene constante en el proceso. Sin embargo, esto significa que, al seleccionar una nueva marcha de relación r_j , la velocidad del motor debe pasar a valer $\omega'_m = v/(Rr_j)$ en un tiempo relativamente corto. Lo mismo ocurre con las ruedas y ejes de la caja de cambios que deben adaptar su velocidad a la que les corresponda para la relación r_j . No es posible que los dientes del perro absorban las sobrecargas de inercia que resultan de estas variaciones bruscas de velocidad. Los dientes rascarían en cada cambio de marcha y quedarían destruidos a los pocos ciclos. Para evitar este problema se utilizan dos dispositivos de fricción: el embrague y los conos sincronizadores. Estos dispositivos se describirán en las secciones 2.3 y 2.4, respectivamente, aunque su función se comentará en el párrafo siguiente.

El accionamiento manual obliga al conductor a realizar toda una secuencia de operaciones cada vez que decide cambiar de relación. En primer lugar debe desconectar el motor de la transmisión abriendo el embrague de fricción. Si esta operación se hace manteniendo la posición del regulador de aceleración, el motor se revolucionará incontroladamente al verse liberado de la carga. Por tanto, la apertura del embrague debe ir acompañada del cierre de la mariposa de admisión o el corte de la inyección. Con el embrague abierto, se puede desenclavar la marcha y seleccionar la siguiente. Esto se hace desplazando manualmente el embrague de perro correspondiente. Los embragues de perro se seleccionan y se desplazan por “control remoto” desde una palanca en la cabina de conducción. Los dientes del perro no deben temer a la inercia del motor puesto que está desconectado. Sin embargo, se debe vencer la inercia de todas las ruedas y ejes de la caja. El problema de la interferencia y rápida destrucción de los dientes de perro sigue existiendo. Es por esto que los embragues de perro están dotados de conos de sincronización. Un cono macho y otro hembra entran en fricción mientras se desplaza el perro. Esta fricción tiende a igualar (“sincronizar”) las velocidades de la rueda y el eje que deben embragar. Cuando las velocidades se igualan se pueden intercalar los dientes de perro sin interferencias destructivas. Una vez enclavada la nueva marcha se finaliza el proceso cerrando el embrague de fricción y abriendo la mariposa de admisión o reestableciendo niveles altos de inyección.

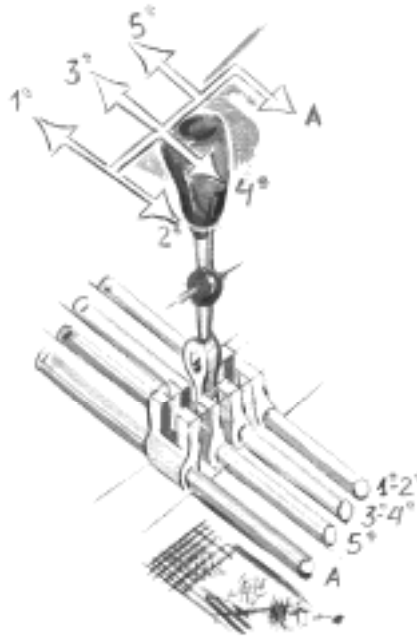


Figura 2.13: Mecanismo para seleccionar y cambiar la marcha.

El movimiento de la palanca de cambios consta de dos pasos: uno para seleccionar la pinza que se va a desplazar y otro para desplazarla en uno u otro sentido. En la Figura 2.13 se muestra uno de los dispositivos más simples. El movimiento de la palanca a derecha o izquierda hace que el dedo del selector cambie de posición, situándose sobre una u otra barra. Tirando hacia la izquierda de la palanca se accede a la pinza de las marchas 1ª y 2ª. En posición central se está en disposición de conectar las marchas 3ª y 4ª. Con la palanca desplazada hacia la derecha se puede conectar la quinta marcha. Forzando aún más este movimiento se accede a la pinza de la marcha atrás. En cualquiera de las posiciones se puede conectar la marcha en cuestión desplazando la palanca hacia adelante o hacia atrás. Este movimiento desplaza la barra, y ésta, a su vez, desplaza la pinza conectada con el embrague de perro.

En el pasado se han utilizado cajas similares a la de la Figura 2.9 que carecían de sincronizadores. El desgaste de los dientes de perro interfiriéndose era habitual. Sin embargo, los conductores más finos utilizaban un truco que se conoce como “doble embrague” y que resulta interesante comentar. El cambio con doble embrague se hace en dos pasos. Se abre el embrague al mismo tiempo que se cierra la mariposa o se corta la inyección. Ahora se actúa sobre la palanca de cambio para desenclavar la marcha actual, pero no se enclava la siguiente, sino que todos los embragues de perro se dejan en posición de punto muerto. En esta posición se cierra el embrague de fricción y se acelera el motor ligeramente. Ahora es cuando se finaliza el proceso volviendo a abrir el embrague, enclavando la nueva marcha y cerrando finalmente el embrague a la vez que se abre la mariposa. Esta secuencia intenta igualar las velocidades del perro y la rueda que se quiere enclavar. Cuando se cierra el embrague con la caja en punto muerto se está en condiciones de acelerar rápidamente

todas las ruedas de la caja sin modificar la velocidad del eje de salida (que está siempre gobernada por la velocidad del vehículo). Las ruedas están girando a alta velocidad y comienzan a frenarse con cierta lentitud. En algún momento cruzarán el valor de la velocidad “síncrona”. Si se tiene la habilidad de enclavar la marcha en ese momento, se evita la interferencia de dientes. Se puede decir, en clave de humor, que el doble embrague es una aplicación práctica del *teorema del valor medio*. Las ruedas de la caja se aceleran para dejarlas pararse con la seguridad de que pasarán por el valor de la velocidad “síncrona”.

2.2.2 Transmisión Mecánica – Caja de Trenes Ordinarios – Accionamiento Automático

Las máquinas del pasado requerían la intervención humana para controlar y realizar todas aquellas funciones que resultaban difíciles de automatizar. El avance de la técnica permite construir máquinas con niveles crecientes de autonomía. Los primeros motores, por ejemplo, dejaban en manos del conductor la regulación del avance del encendido. Pronto se diseñaron sistemas ingeniosos y relativamente simples para regular el avance en función de la presión en los colectores de admisión. Esta transferencia de tareas del hombre a la máquina es uno de los motores de mayor empuje en el proceso de avance tecnológico. Incluso tareas que parecían exclusivas del hombre pueden ser automatizadas haciendo uso de microprocesadores digitales. El sistema de transmisión no presenta dificultades singulares para su automatización. Las transmisiones automáticas nacieron antes de la llegada de la riada digital. Sin embargo, existe una cierta resistencia del conductor de vehículos de turismo a transferir las competencias relacionadas con el sistema de transmisión. En general, fundamentan esta resistencia con argumentos poco técnicos y poco sólidos. Pero el mercado controla la producción y, por tanto, las transmisiones manuales se seguirán fabricando, y desarrollando, durante bastante tiempo.

La automatización de la transmisión mecánica con caja de trenes ordinarios ha tenido lugar en la era digital. Se tienen sensores para medir la velocidad del vehículo, y la velocidad y la carga del motor. Estas medidas se procesan para determinar la relación de transmisión más conveniente. El programa utilizado para la toma de decisiones puede admitir varias opciones para, por ejemplo, tener en cuenta si se desea minimizar el consumo o maximizar el par. Cuando el sistema decide que es necesario un cambio de marcha se inicia una secuencia de actuaciones que reproducen las indicadas en la sección anterior. Los distintos fabricantes ofrecen versiones diferentes. Una posible secuencia es la siguiente. En primer lugar se manda una señal al actuador electrohidráulico del embrague para que ejerza fuerza sobre el cojinete de empuje y abra el embrague. Simultáneamente se ha enviado una señal a los inyectores para que disminuyan el caudal de combustible hasta valores cercanos a los del *relentí*. Ahora se ordena al empujador electrohidráulico que controla el perro de la marcha actual que la desenclave y, cuando se recibe confirmación de que está en el punto muerto, se ordena al empujador que controla el perro de la marcha deseada que la enclave. Cuando se recibe confirmación de que está enclavada, se manda señal al embrague y a los inyectores para que se cierre, el primero, y reanuden la inyección, los segundos.

La transmisión descrita es típica de los vehículos industriales modernos. Existen variantes que se utilizan con mayor frecuencia en otro tipo de vehículos. En algunos turismos y vehículos de competición se prescinde del programa de toma de decisiones. El conductor decide cuándo se debe realizar un cambio de relación hacia arriba o hacia

abajo pulsando el botón correspondiente. Es esta señal la que inicia la secuencia de operaciones descrita en el párrafo anterior. Estas transmisiones podrían llamarse semi-automáticas. Algunos turismos pequeños prescinden de la mayoría de los actuadores. Sólo conservan el actuador del embrague. Estas transmisiones podrían llamarse manuales con embrague automático. Cuando se detecta una fuerza (superior a un pequeño valor umbral) sobre la palanca de cambio se abre el embrague para permitir que el desenclavamiento y enclavamiento posterior se realicen de manera manual.

2.2.3 Transmisión Hidrodinámica – Caja de Trenes Epicicloidales – Accionamiento Automático

La unión entre el motor y la caja de cambios en transmisiones hidrodinámicas no es rígida. La transmisión de potencia se realiza mediante un acoplamiento hidráulico o un convertidor de par. Por otra parte, las cajas de trenes epicicloidales realizan los cambios de marcha mediante frenos y embragues. No es posible la interferencia de dientes de perro, las marchas no pueden rascar. Estos dos factores permiten realizar los cambios de marcha sin interrumpir el paso de potencia. Para realizar un cambio de relación es necesario, al igual que en las transmisiones discutidas anteriormente, vencer la carga de inercia del motor y de las ruedas de la caja, pero, en ese caso, esta carga se absorbe en el dispositivo hidráulico y en los embragues y frenos. No se absorbe de manera brusca. En general, el sistema funciona con transiciones suaves. Todos estos factores permiten automatizar la transmisión de manera bastante simple. De hecho, el nacimiento de estos dispositivos es muy anterior a la introducción de los microprocesadores en los vehículos.

Una caja como la descrita en el apartado 2.1.3 puede accionarse mediante la variación de presión en circuitos hidráulicos apropiados. No es necesario disponer sistemas que permitan el desplazamiento de partes móviles. Para accionar los frenos y embragues se incrementa la presión hidráulica que comprime los discos de un eje contra los del otro. Es posible tener en cuenta la “carga” sobre el motor para “adelantar” o “atrasar” los cambios mediante el uso exclusivo de circuitos hidráulicos. Sin embargo, en situaciones en las que se desea una marcha corta aún con el motor “descargado”, es necesaria la intervención del conductor. Con el uso de sensores y microprocesadores en transmisiones actuales, es posible tener en cuenta un número elevado de parámetros de funcionamiento.

El circuito de control correspondiente a la caja de la Figura 2.12 se muestra, simplificado, en la Figura 2.14. El sistema debe tener una respuesta rápida, el cambio se efectúa en menos de 1 seg. El circuito de la figura funciona con tres presiones reguladas por otras tantas válvulas: la válvula reguladora de presión (VR) que controla la que se denomina presión de trabajo, la válvula neumática (VC) que controla la presión de carga, y la válvula centrífuga (VG) que controla la presión de gobierno dependiente de la velocidad del vehículo.

El sistema se alimenta de fluido procedente de una bomba conectada directamente al motor. A pesar de que el rango de velocidades del motor es bastante más reducido que el del eje de salida de la transmisión, la variación de velocidades va a dar lugar a distintas presiones de salida en la bomba que pueden entorpecer el funcionamiento. Para evitar esto se coloca a la salida de la bomba una válvula reguladora de presión (VR, Fig. 2.14). La válvula está accionada a un lado (lado derecho en la figura) por la presión de salida de la bomba (presión de trabajo). Cuando la presión de salida aumenta (el motor se revoluciona) se desplaza el pistón de la válvula hacia la izquierda, el retorno se abre y

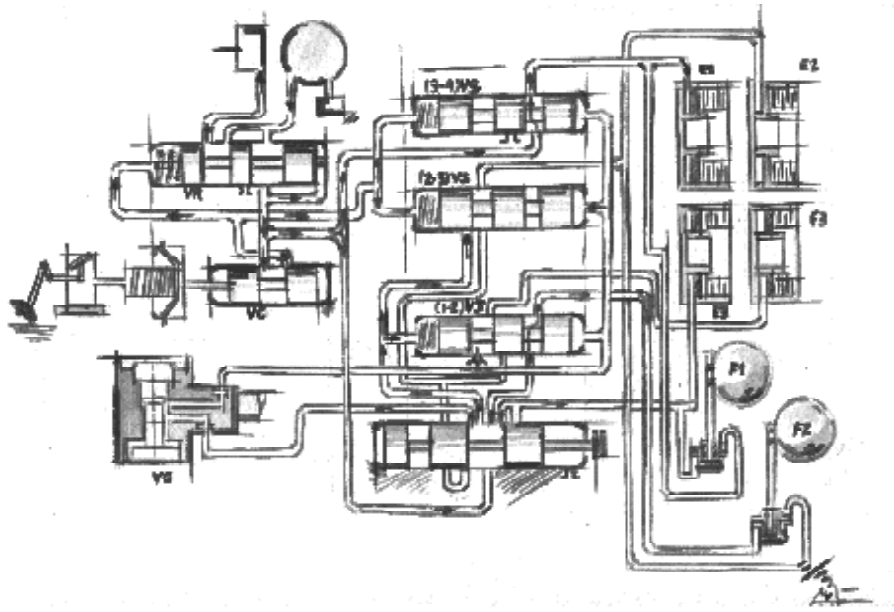


Figura 2.14: Circuito hidráulico de control de una caja automática.

aumenta el caudal que atraviesa la bomba disminuyendo su presión. Así, la presión de trabajo se hace prácticamente independiente de la velocidad del motor.

Es interesante que la presión de trabajo aumente con la carga a que está sometido el motor. En efecto, la presión de trabajo es la encargada de cerrar embragues y frenos en la caja. Para evitar que estos patinen cuando el motor está siendo fuertemente solicitado, se hace crecer la presión de trabajo con la presión de carga. Por otra parte, la presión debe reducirse para permitir cambios suaves cuando la carga es baja. Para ello se conecta el lado izquierdo de la válvula reguladora de presión (VR, Fig. 2.14) con la presión de carga (salida de la válvula neumática VC), de manera que la presión de trabajo tendrá que ser mayor para conseguir desplazar el pistón de la VR hacia la izquierda cuando la carga es importante.

La válvula neumática (VC, Fig. 2.14) es una resistencia (pérdida de carga) colocada entre el circuito a presión de trabajo y el circuito a presión de carga. Está conectada a través de un diafragma con la presión en los colectores de admisión. Esta presión es una buena medida de la carga a la que está sometido el motor. Cuando esta presión es alta (motor cargado) la VC se desplaza hacia la derecha, abre el conducto de salida, disminuye la pérdida de carga, y aumenta la presión de carga.

Análogamente, la válvula de gobierno (VG, Fig. 2.14) es una resistencia colocada entre el circuito a presión de trabajo y el circuito a presión de gobierno. Se trata de una válvula centrífuga que gira con el árbol de salida de la caja de cambios. Cuando la velocidad del vehículo aumenta, la fuerza centrífuga sobre el pistón comprime el muelle, abre el conducto de salida, disminuye la pérdida de carga, y aumenta la presión de gobierno.

Cada cambio de marcha (1ª-2ª, 2ª-3ª, 3ª-4ª) tiene asignada una válvula de control (VS) para cerrar o abrir los embragues y frenos correspondientes. Cada una de estas válvulas recibe, por un lado, la presión de gobierno y, por el otro, la presión de carga. De

esta manera, cuando la presión de gobierno aumenta (aumenta la velocidad del vehículo), se vence la fuerza que ejerce el muelle, se abre la válvula en cuestión, y se deja pasar la presión de trabajo a los frenos y embragues correspondientes. Las válvulas del cambio están taradas con muelles de rigidez creciente para permitir que los cambios se produzcan escalonadamente (1^a – 2^a – 3^a – 4^a) a las velocidades apropiadas. Estas velocidades dependen, como se ha comentado, de la carga del motor. A mayor carga, mayor velocidad de cambio. Esto simula el comportamiento de un conductor con caja manual. Se consigue alimentado con la presión de carga el extremo izquierdo de las válvulas del cambio.

El sistema se completa con una válvula manual (VM, Fig. 2.14) para elegir el rango de funcionamiento. Por ejemplo, el circuito de marcha atrás se acciona desplazando la VM un punto hacia la izquierda. En general, una caja como la descrita tiene una palanca manual con seis posiciones: P , R , N , D_4 , D_3 , D_2 . La posición P es la de estacionamiento, caja bloqueada, la R es la de marcha atrás, la N es la posición neutra, caja desbloqueada. La posición D_4 permite que la caja efectúe cambios automáticos de 1^a a 4^a , mientras que la posición D_3 sólo permite cambios automáticos hasta 3^a , y la D_2 hasta 2^a .

2.3 Embragues de Fricción

El embrague de fricción cumple una doble misión: permitir que el vehículo se ponga en movimiento partiendo del reposo y suavizar el cambio entre dos relaciones consecutivas.

Los motores de combustión interna no pueden funcionar por debajo de un determinado número de vueltas porque, a esa velocidad, la energía aportada por los cilindros que están en carrera efectiva (unida a la energía cinética del motor y su volante de inercia) no es suficiente para vencer las resistencias mecánicas, y compensar los trabajos de bombeo y compresión del resto de cilindros. Puesto que, por el contrario, el vehículo debe funcionar en un rango de velocidades que incluya el reposo, se necesita un dispositivo capaz de transmitir el giro de manera progresiva. El embrague de fricción soluciona este problema. En realidad el embrague cubre el salto de relaciones de transmisión desde el valor cero hasta el valor r_1 (primera marcha con el embrague totalmente cerrado, sin patinaje), al igual que lo hace entre cualquiera otras dos relaciones consecutivas.

Cuando se efectúa un cambio entre marchas consecutivas, todo el motor (y la transmisión hasta el piñón de salida de la caja de cambios) debe frenarse o acelerarse para girar al número de vueltas determinado por la velocidad del vehículo y la nueva relación de transmisión. Los conos sincronizadores pueden, a veces, frenar o acelerar toda esta masa (cambio sin embrague), pero, sometidos a este trabajo, sufren un desgaste importante. Es mucho más razonable desconectar el motor (y el volante) de la caja de cambios para que, de esta manera, los conos frenen o aceleren sólo los correspondientes engranajes y ejes de la caja. Una vez seleccionada la nueva relación se procede a conectar el embrague que, por fricción, frena o acelera el motor para que se reestablezca el paso de potencia en alguno de los dos sentidos (aceleración o reducción).

2.3.1 Embragues con Cierre Mediante Muelles

La entrada al embrague suele ser el volante de inercia. Éste es el encargado de suavizar las oscilaciones del par que proviene del cigñal (Fig. 2.15). A este volante va unido una pinza anular que, a través de un muelle (en general de diafragma), ejerce una fuerza normal sobre el disco conducido (recubierto de material de fricción). El Disco Conducido debe tener un momento de inercia bajo para no sobrecargar los conos de sincronización, sin embargo, el par máximo que el embrague puede transmitir aumenta considerablemente al aumentar el diámetro de los discos para un mismo coeficiente de fricción. Un método eficaz para aumentar la capacidad de carga es aumentar el número de discos de embrague (superficies de fricción), el par máximo es proporcional al número de estas superficies. El (los) disco(s) conducidos transmiten el par al eje de entrada a la caja de cambios pero, antes, se encargan de amortiguar las vibraciones torsionales. Esto se consigue con un sistema basado en muelles circunferenciales y arandelas de fricción (Fig. 2.16). Las fuerzas circunferenciales se transmiten de los discos tapadera a los muelles y, de aquí, al disco central que acoge al eje chaveteado. La fricción entre el disco central y los de tapadera se efectúa a través de las arandelas de fricción comprimidas por el muelle de disco Belleville.

El conjunto de muelles y amortiguadores de fricción constituye un sistema que filtra las vibraciones torsionales antes de pasar a la caja de cambios, donde afectarían considerablemente al funcionamiento de los engranajes (sobrecargas y transmisión de vibraciones molestas).

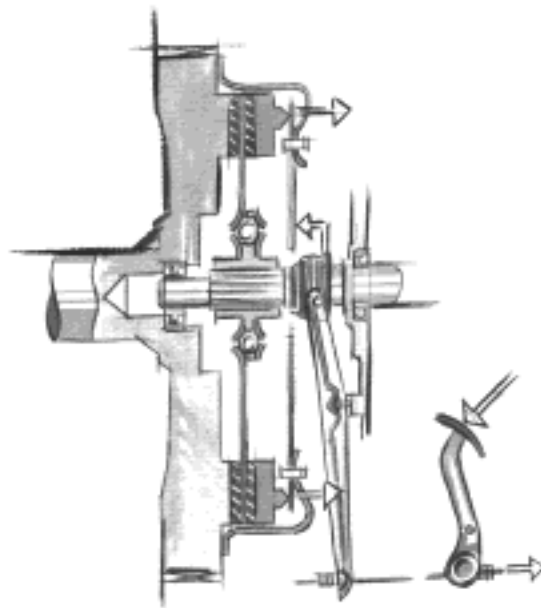


Figura 2.15: Embrague de fricción.

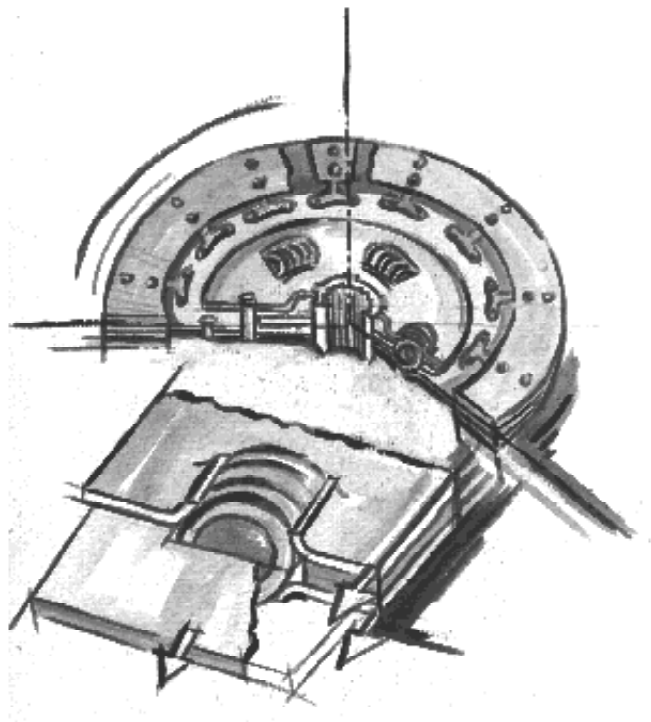


Figura 2.16: Amortiguador torsional.

La entrada en carga se suaviza si se dota a los discos de embrague de una cierta flexibilidad axial. Para ello, las pastillas de fricción se unen al disco mediante lengüetas flexibles.

Los materiales de fricción más usados, hasta el momento, son los basados en fibra de amianto embebida en una matriz de resinas. La temperatura máxima de trabajo de estos materiales está entorno a 260° . Hasta esta temperatura se tienen coeficientes de fricción entre 0.32 y 0.38, así como una duración (vida) razonable. El material sufrirá daños de consideración si se usa frecuentemente a temperaturas superiores a unos 360. Las aramidas (fibras orgánicas patentadas por DuPont bajo el nombre de Kevlar) presentan mejores propiedades que el amianto. En concreto, las temperaturas de funcionamiento suelen ser mayores (entorno a los 425), la resistencia por unidad de peso es muy superior, de manera que el momento de inercia del disco disminuye. Los materiales cerámicos soportan mayores temperaturas pero tienen el problema, aún no resuelto, de la fragilidad.

El muelle que proporciona la fuerza axil para hacer solidario el volante de inercia con el eje de entrada a la caja de cambios suele ser un muelle de diafragma (Fig. 2.15). Con este dispositivo se puede amplificar la fuerza del muelle acercando las circunferencias sobre las que pivota, esto es, “haciendo más palanca” sobre las superficies de fricción. El círculo interior del diafragma se apoya sobre un cojinete de empuje que hace compatible el giro del diafragma con la inmovilidad del sistema de accionamiento.

Existen diversos sistemas de accionamiento del embrague. Uno de los más simples es un pedal y un cable (a tracción) envuelto en una camisa (a compresión). El dispositivo puede incluir un pequeño muelle y una rueda con dientes de sierra para mantener el recorrido del pedal constante, independiente del desgaste de las pastillas y/o de elongaciones permanentes del cable. Se elimina así la carrera no activa del pedal. El accionamiento puede ser hidráulico, en cuyo caso un cilindro maestro envía aceite a presión a un cilindro esclavo que mueve el diafragma. Es posible colocar un muelle precomprimido en el pedal de manera que, una vez superado el punto muerto, ejerza una fuerza que descargue al conductor.

2.3.2 Embragues Centrífugos y Semi-Centrífugos

En los embragues centrífugos (Fig. 2.17), la fuerza que los mantiene cerrados está producida por el propio giro del eje de entrada. En el eje de entrada se posicionan una serie de masas que pueden pivotar alrededor de un punto fijo. El centro de gravedad de cada masa está desplazado respecto del punto de pivotamiento. Por tanto, el giro del eje de entrada provoca la aparición de fuerzas de inercia centrífugas que se compensan con la presión que el tambor unido al eje de salida ejerce sobre las mismas. Esta presión permite generar tensiones tangenciales de contacto tanto mayores cuanto mayor sea la velocidad de giro. Cuando las revoluciones disminuyen suficientemente, los pequeños muelles del dispositivo (Fig. 2.17) son capaces de vencer la fuerza centrífuga, la presión de contacto desaparece y el par transmitido se anula, el embrague se abre. Para volverlo a cerrar basta con acelerar el eje de entrada al embrague unido al motor. El accionamiento centrífugo es muy utilizado en motocicletas de poca potencia. Se elimina así la necesidad de un mando para el embrague controlado por el conductor.

Los embragues semi-centrífugos (Fig. 2.18) suelen tener una configuración similar a los manuales de la Figura 2.15. La única diferencia es que la fuerza del muelle no es suficiente para provocar un cierre enérgico del embrague. La presión de cierre aumenta con

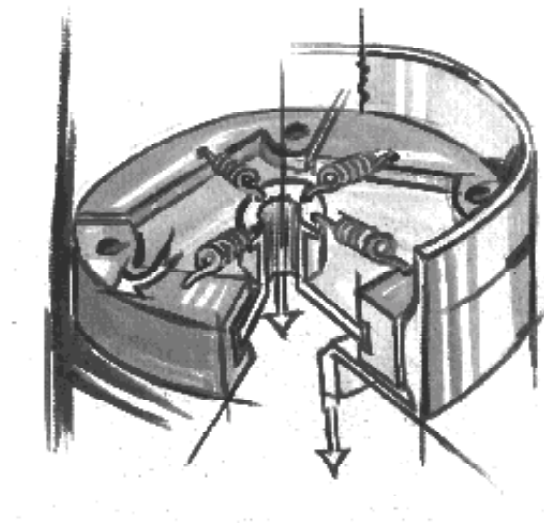


Figura 2.17: Embrague centrífugo.

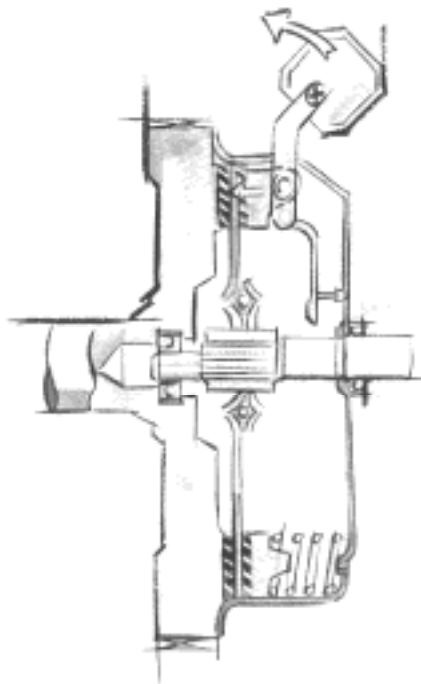


Figura 2.18: Embrague semi-centrífugo.

la velocidad de giro del eje de entrada. La fuerza que mantiene los discos en contacto está aumentada por unas masas que giran con el volante de inercia y que tienen su centro de

gravidad desplazado respecto del eje de pivotamiento (Fig. 2.18). A medida que aumenta la velocidad de giro del motor, aumenta la fuerza de cierre del embrague. Este tipo de accionamiento se ha usado en algunos automóviles del pasado (Citroen 2CV). Se permite con esto hacer una puesta en marcha del vehículo algo más cómoda. Con la primera marcha seleccionada se puede soltar el embrague con el coche parado. Al acelerar el motor se termina de cerrar el embrague y el vehículo se pone en movimiento.

2.3.3 Energía Disipada

El cierre de un embrague no puede ser instantáneo. Cuando se descarga el cojinete de empuje se genera la máxima presión normal sobre las superficies de fricción y, por tanto, se transmite el par máximo. Este par conseguirá igualar las velocidades del eje de entrada y el de salida al embrague, pero el proceso requiere un cierto tiempo. Durante este intervalo el embrague patina y se genera calor. En este apartado se presentan las ecuaciones que permiten determinar la energía disipada.

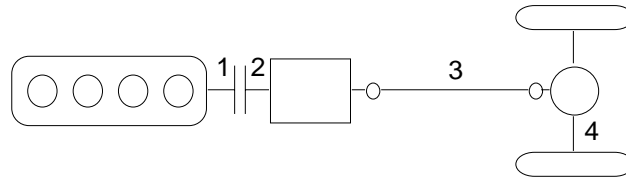


Figura 2.19: Numeración de ejes para la determinación de la energía disipada en el embrague.

En la Figura 2.19 se muestra un esquema de transmisión mecánica, como el descrito en la Sección 1.2.1, en donde se han numerado los ejes de la siguiente manera. El eje 1 es el de salida del motor y entrada al embrague. El eje 2 es el de salida del embrague y entrada a la caja de cambios. El eje 3 es el de salida de la caja de cambios y entrada al grupo cónico. Por último, el eje 4 es el de salida del diferencial, es decir, es el semieje o palier. Siempre que el embrague esté sometido a la fuerza del muelle, y patinando, se tiene una condición de contorno inalterable: el par en esta sección coincide con el par máximo del embrague. Esta condición de contorno permite desacoplar el comportamiento dinámico del motor del comportamiento mecánico del resto de la transmisión y el vehículo:

$$T_1 - T_e = I_1 \dot{\omega}_1 \quad (2.38)$$

$$T_e - T_2 = I_2 \dot{\omega}_2 \quad (2.39)$$

donde T_1 es el par generado por el motor, T_e es el par máximo del embrague, I_1 es la inercia asociada al eje 1, esto es, la del cigüeñal, las bielas, los pistones, y el volante de inercia con todos los añadidos del embrague que giran con él, y ω_1 es la velocidad de dicho eje. Por otra parte, T_2 es el par resistente exterior reducido al eje 2, I_2 es la inercia del vehículo y la transmisión “vista desde” el eje 2, y ω_2 es la velocidad de dicho eje.

Las ecuaciones diferenciales 2.38 y 2.39 están desacopladas. Su integración analítica es, en general, no factible debido a la compleja relación de T_1 con ω_1 ($T_1(\omega_1(t))$), y de T_2 con ω_2 ($T_2(v(t)) = T_2(rR\omega_2(t))$). Pero existen casos en los que esta dependencia se

puede simplificar sin excesivas concesiones. Sea, por ejemplo, el caso de un vehículo en reposo con el embrague abierto, la primera relación seleccionada, y el motor girando a un régimen elevado. En el instante inicial se libera el cojinete de empuje y los muelles actúan instantáneamente. La velocidad del motor se reduce durante el periodo de cierre, pero puede asumirse que el par en este rango de velocidades es aproximadamente constante. Por otra parte, la resistencia aerodinámica es despreciable a velocidades bajas y, por tanto, el par resistente se debe sólo a la resistencia a la rodadura de los neumáticos, y a la resistencia por pendiente. Estas resistencias no dependen (en primera aproximación) de la velocidad y, por tanto, el par T_2 es constante. Estas simplificaciones permiten integrar las ecuaciones 2.38 y 2.39 directamente:

$$\omega_1(t) = \omega_1(0) + \frac{T_1 - T_e}{I_1} t \quad (2.40)$$

$$\omega_2(t) = \frac{T_e - T_2}{I_2} t \quad (2.41)$$

Estas expresiones, que indican la evolución de la velocidad del motor y la del vehículo ($v = r_1 R \omega_2$), son válidas hasta que el embrague se cierra completamente y deja de patinar. Esto ocurre cuando $\omega_1(t) = \omega_2(t)$, es decir, en el instante:

$$t_c = \frac{\omega_1(0)}{\frac{T_e - T_2}{I_2} - \frac{T_1 - T_e}{I_1}} \quad (2.42)$$

A partir de t_c el motor y el eje 2 giran solidarios. Las ecuaciones 2.38 y 2.39 se convierten en:

$$(I_1 + I_2) \dot{\omega}_2 = T_1 - T_2 \quad (2.43)$$

que se puede integrar si se adoptan las simplificaciones comentadas anteriormente:

$$\omega_2(t) = \omega_2(t_c) + \frac{T_1 - T_2}{I_1 + I_2} (t - t_c) \quad (2.44)$$

La energía térmica disipada en el embrague es igual a la integral de la potencia que entra por el eje 1 menos la que sale por el eje 2:

$$Q = \int_0^{t_c} T_e (\omega_1 - \omega_2) dt \quad (2.45)$$

que se expresa como:

$$Q = T_e \left(\omega_1(0) t_c + \frac{1}{2} \left(\frac{T_1 - T_e}{I_1} - \frac{T_e - T_2}{I_2} \right) t_c^2 \right) \quad (2.46)$$

en el caso simplificado que se viene considerando.

De entre los parámetros y variables que intervienen en las ecuaciones anteriores merecen especial atención la inercia I_2 y el par T_2 . Considere un vehículo de masa M impulsado por una rueda de radio R (sin inercia) a la que se aplica un par T (Fig. 2.20). El par T se traduce en una fuerza de tracción $F = T/R$ que consigue acelerar el vehículo de acuerdo con la ley $F = M\dot{v}$ y, puesto que no existe deslizamiento en el contacto, la rueda se acelera al ritmo $\dot{\omega} = \dot{v}/R$. Si por algún método se consigue levantar el vehículo de su apoyo, el par T deja de hacer frente a la inercia del vehículo, y la rueda adquiere una aceleración superior a la dada anteriormente. Sin embargo, es posible adherir a la

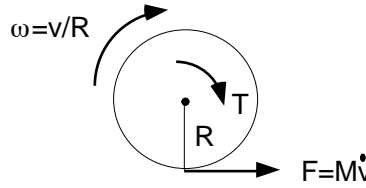


Figura 2.20: Inercia del vehículo vista desde la rueda.

rueda un determinado volante, con inercia I_e , tal que la aceleración de la rueda siga siendo $\dot{\omega} = \dot{v}/R$ cuando se le aplica el par T . Para ello, la inercia equivalente debe valer:

$$I_e = MR^2 \quad (2.47)$$

que corresponde a la inercia del vehículo vista desde la rueda.

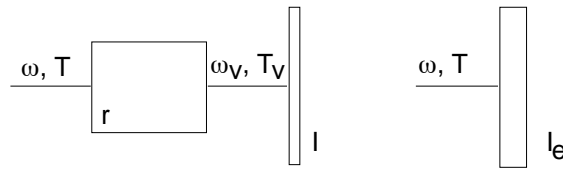


Figura 2.21: Inercia de un volante vista desde una reductora.

Considerese ahora un volante con inercia I conectado a la salida de una reductora (sin inercia) de relación r (Fig. 2.21). Cuando se aplica un par T al eje de entrada a la reductora, el volante se acelera al ritmo $\dot{\omega}_v = r\dot{\omega}$, siendo ω la velocidad del eje de entrada. Si el rendimiento de la reductora es unidad, el par que llega al volante es $T_v = T/r$. El equilibrio dinámico obliga a que $T_v = I\dot{\omega}_v$ y, teniendo en cuenta las relaciones anteriores, se tiene que $T = Ir^2\dot{\omega}$. Es decir, el conjunto “reductora–volante con inercia I ” se puede sustituir por un volante equivalente cuya inercia viene dada por:

$$I_e = Ir^2 \quad (2.48)$$

manteniendo la relación original entre el par T y la aceleración $\dot{\omega}$. La inercia I_e corresponde a la inercia del volante vista desde la reductora.

La inercia I_2 en la ecuación 2.39 corresponde a la del vehículo y la transmisión “vista desde” el eje 2. Es decir:

$$I_2 = MR^2r^2 + \sum_{i=1}^N I_i r_i^2 \quad (2.49)$$

donde M es la masa total del vehículo, R el radio de las ruedas motrices, r la reducción total desde el embrague a las ruedas, N es el número de ejes y ruedas de la transmisión completa, I_i es la inercia del eje o rueda i , y r_i es el cociente entre la velocidad del eje o rueda i y la velocidad del eje 2.

El par T_2 en la ecuación 2.39 corresponde al par resistente exterior reducido al eje 2. Es decir:

$$T_2 = \left(W\rho + W\theta + c_x \left(\frac{1}{2} \rho_a v^2 \right) A \right) Rr \quad (2.50)$$

Introduciendo las expresiones 2.50, 2.49, y 2.42 en la 2.46, se tiene la expresión del calor disipado en el embrague durante el cierre en función de los parámetros que describen el vehículo.

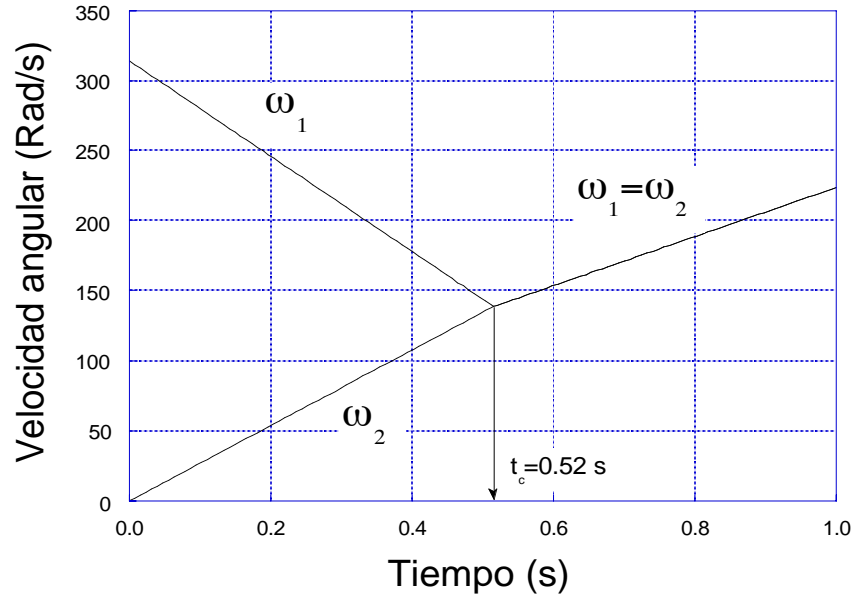


Figura 2.22: Evolución de la velocidad del motor y de la transmisión durante el cierre del embrague.

En la Figura 2.22 se muestra la evolución de la velocidad del motor y de la transmisión durante el cierre de un embrague en las condiciones descritas en este apartado. Se trata de un vehículo de 1090 Kg de masa, con ruedas de 0.3 m de radio y 0.012 de coeficiente de resistencia a la rodadura. El par máximo del embrague es de 150 Nm, mientras que el par del motor se considera constante (116 Nm) en el rango de velocidades considerado. La velocidad inicial del motor es 314 Rad/s, la inercia del motor es 0.1 Kgm², la relación de transmisión total en primera es .07, y la inercia de la transmisión y las ruedas vista desde la entrada a la caja de cambios es 0.072 Kgm². Se observa en la figura que, durante el cierre, la velocidad del motor se viene abajo, a la vez que el vehículo sufre una aceleración brusca (tirón). El embrague se cierra a los 0.52 s. A partir de ese instante, el motor y el vehículo se aceleran al unísono. El calor disipado durante el cierre es proporcional al área encerrada entre las curvas $\omega_1(t)$ y $\omega_2(t)$. Con los datos del ejemplo se obtiene $Q \approx 12$ KJ. Las aceleración lineal del vehículo ($\dot{v} = \dot{\omega}_r R = r_1 r_d R \dot{\omega}_2$) es 0.57 g's durante el cierre, y 0.37 g's en instantes posteriores.

2.4 Sincronizadores

Considérese la caja de cambios de la Figura 2.7. Sea ω_s la velocidad del eje de salida y ω_e la del eje de entrada a la caja. Cuando se tiene seleccionada la primera marcha, las velocidades de cada una de las ruedas son:

$$\omega_1 = \omega_e = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \omega_s \quad (2.51)$$

$$\omega_2 = \omega_3 = -\frac{z_4}{z_3} \omega_s \quad (2.52)$$

$$\omega_4 = \omega_s \quad (2.53)$$

donde se utiliza la notación de la sección 2.1.2. El cambio de 1^a a 2^a no debe consumir un tiempo excesivo, con lo que, tanto la velocidad del vehículo como la del eje de salida de la caja de cambios, se pueden considerar invariables. En cambio, las velocidades de todas las ruedas deben adaptarse a la nueva relación de transmisión:

$$\omega'_1 = \omega_e = \omega_s \quad (2.54)$$

$$\omega'_2 = \omega'_3 = -\frac{z_1}{z_2} \omega_s \quad (2.55)$$

$$\omega'_4 = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \omega_s \quad (2.56)$$

Las inercias de las ruedas y de los ejes fijos a ellas no son nulas. Por tanto, esta drástica variación de velocidades no puede producirse sin los pares adecuados. Los conos sincronizadores transmiten el par mediante fricción y, de esta manera, dificultan la generación de pares por impacto entre dientes de perro.

2.4.1 Sincronizador Simple

En la Figura 2.23 se muestra uno de los posibles dispositivos sincronizadores para, como se ha dicho, igualar las velocidades de la rueda correspondiente a la marcha en cuestión y el eje sobre la que embraga. Al empujar el perro en una dirección, los conos enfrentados entran en contacto y, por fricción, comienzan a igualar sus velocidades. Cuando estas son iguales entran en contacto los “dientes” de las ruedas a embragar, estos están achaflanados en los extremos para permitir la corrección del desfase.

2.4.2 Sincronizador con Rueda de Seguridad

En la Figura 2.24 se muestra un dispositivo sincronizador con una rueda auxiliar que dificulta el acoplamiento del embrague cuando las velocidades son desiguales. Al desplazar la rueda móvil con chaveteado interior, se hace una ligera presión sobre los conos gracias a los muelles de anillo y a las lengüetas con joroba central. Esta fricción hace que la rueda de seguridad se desfase de la móvil, las chavetas correspondientes se desfasan y entran en contacto a través de las secciones biseladas de los extremos. La fuerza axial que comprime los conos macho y hembra es ahora sustancialmente mayor, sus velocidades se sincronizan. Cuando esto ocurre, el par de frenado sobre la rueda de seguridad es nulo, ahora las tres ruedas pueden ponerse en fase y acoplar.

En definitiva, el anillo auxiliar dificulta el acoplamiento del embrague de perro mientras exista fuerza de fricción (diferencia de velocidades) entre los conos macho y hembra.

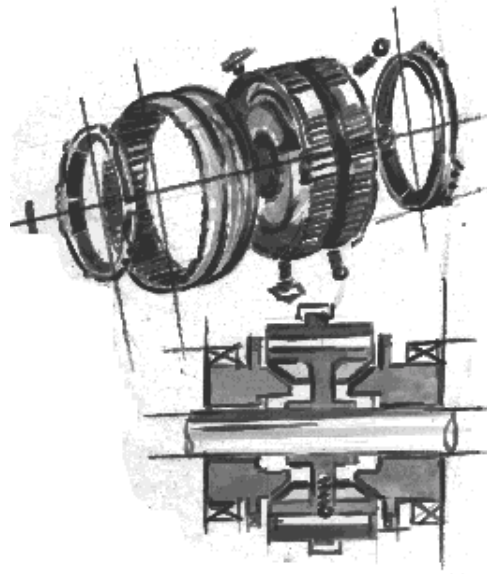


Figura 2.23: Conos de sincronización.

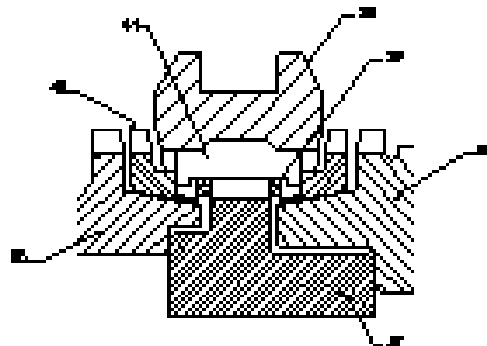


Figura 2.24: Sincronizador con rueda de “seguridad”.

Sólo cuando la fuerza de fricción es baja (igual velocidad), puede el muelle (Fig. 2.24) corregir el desfase entre la deslizadera y el anillo auxiliar, permitiendo así el paso de los dientes del embrague de perro para embragar la rueda en cuestión.

2.5 Reductoros

Para aumentar el número de relaciones de transmisión en vehículos pesados se conectan dos cajas en serie. Una de ellas suele tener dos relaciones para doblar el número de marchas en la caja principal. El mecanismo suele ir dispuesto en la misma carcasa. Existen dos tipos de diseño. En el primero, el espaciado de las marchas de la caja principal es amplio y cubre todo el rango de relaciones. La reducción de la caja secundaria es tal que las nuevas relaciones están situadas entre cada dos de las originales. En el segundo, el espaciado de relaciones en la caja principal es corto y sólo barre un rango limitado de relaciones. La reducción en la caja secundaria es tal que desplaza todas las relaciones a un rango distinto. En la Figura 2.25 se muestra un ejemplo de caja del primer tipo y en la Fig. 2.26 del segundo. El resultado en ambos casos es el mismo y la única diferencia es la secuencia de acciones que debe tomar el conductor para elegir una marcha u otra. El tipo de “rango” es más cómodo puesto que el conductor va cambiando como en una caja normal, al llegar a la marcha más larga, cambia de rango y sigue subiendo. En el tipo divisor (“medias marchas”), el conductor tiene que ir variando las marchas a la vez que el divisor en todos los cambios. Es frecuente encontrar los dos tipos de reductoros en cajas de vehículos industriales.

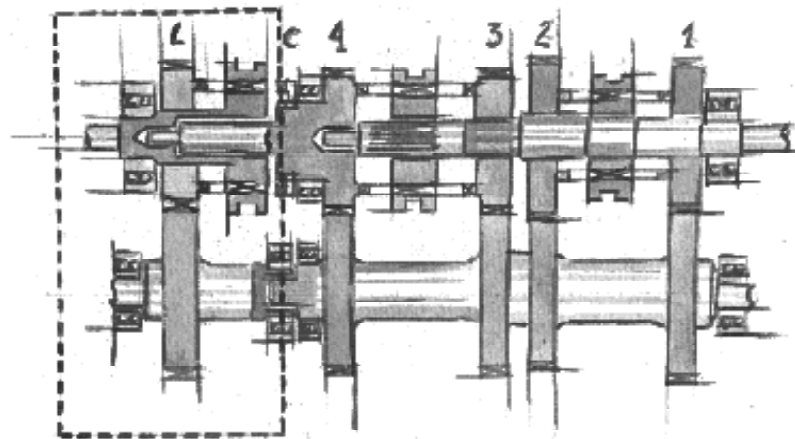


Figura 2.25: Divisor de “medias marchas”.

En las figuras se muestran cajas auxiliares de trenes ordinarios. Sin embargo, las versiones epicicloidales son también muy frecuentes. Las transmisiones con accionamiento automático gestionan los cambios en la caja auxiliar de la misma manera que lo hacen con la caja principal. Cuando el accionamiento de la caja principal es manual, el de la caja auxiliar es semiautomático. Habitualmente se tiene un interruptor eléctrico en la propia palanca de cambios. En un cambio de relación que sólo requiera la intervención de la caja auxiliar, el conductor debe realizar la secuencia de operaciones típica, salvo que, en lugar de accionar la palanca, debe modificar la posición del interruptor. Esto provoca el desplazamiento del perro de la caja auxiliar (en el caso de caja de trenes ordinarios). Si el

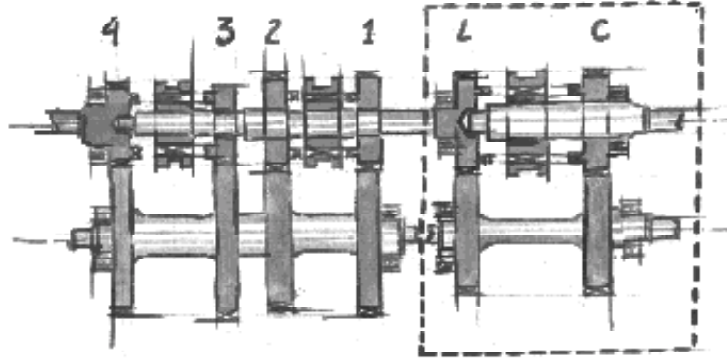


Figura 2.26: Divisor de “rango”.

cambio de relación incluye un cambio en la caja principal y otro en la auxiliar, el conductor desplaza la palanca y pulsa el interruptor. Estas dos operaciones pueden hacerse al mismo tiempo o en el orden que se prefiera, pero siempre mientras el embrague está abierto.

2.5.1 Relaciones de Rango

La caja comercial de la sección 1.4.1 (relaciones dadas en la ec. 1.32) no resultó apropiada para el vehículo y motor del ejemplo puesto que la relación más corta no permitía remontar pendientes razonables. El problema se puede solucionar con una reductora de rango con dos relaciones, una directa, que reproduce las relaciones de la caja principal, y otra de relación $\alpha < 1$, que desplaza todas las marchas a un rango inferior. Las relaciones de la caja original ($r_1^c = 0.33$, $r_2^c = 0.44$, $r_3^c = 0.58$, $r_4^c = 0.76$, $r_5^c = 1.00$, y $r_6^c = 1.3$) guardan la relación geométrica (ec. 1.23). Es posible determinar α de manera que el salto de un rango a otro también guarde la relación geométrica con lo que se consigue un espaciado suave entre las 12 marchas de la transmisión. En efecto, sean r_i^{cL} las relaciones del rango de marchas *largas*, y r_i^{cC} las relaciones del rango de marchas *cortas*. Las largas se obtienen con la reductora en directa y, por tanto, $r_i^{cL} = r_i^c$, mientras que las cortas son resultado de una reducción adicional de valor α , con lo que

$$r_i^{cC} = \alpha r_i^{cL} \quad (2.57)$$

La relación geométrica (ec. 1.23) permite obtener cualquier relación en función de la primera:

$$r_i^{cL} = \left(\frac{\omega_m^2}{\omega_m^1} \right)^{i-1} r_1^{cL} \quad (2.58)$$

de donde:

$$r_1^{cL} = \left(\frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} \right)^{N-1} r_N^{cL} \quad (2.59)$$

Para que la última relación corta r_N^{cC} guarde la relación geométrica con la primera larga, se debe cumplir que:

$$r_N^{cC} = \left(\frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} \right) r_1^{cL} \quad (2.60)$$

y teniendo en cuenta la ecuación 2.59 se tiene:

$$r_N^{cC} = \left(\frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} \right)^N r_N^{cL} \quad (2.61)$$

que junto con 2.57 demuestra que:

$$\alpha = \left(\frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} \right)^N \quad (2.62)$$

En la caja del ejemplo se tiene $\alpha = (\omega_m^1/\omega_m^2)^N = (r_i/r_{i+1})^N \approx 0.2$, que proporciona las siguientes marchas:

$$\begin{array}{ll} \text{cortas} & r_1^{cC} = 0.066, r_2^{cC} = 0.088, r_3^{cC} = 0.116, r_4^{cC} = 0.15, r_5^{cC} = 0.2, \text{ y } r_6^{cC} = 0.26 \\ \text{largas} & r_1^{cL} = 0.33, r_2^{cL} = 0.44, r_3^{cL} = 0.58, r_4^{cL} = 0.76, r_5^{cL} = 1.00, \text{ y } r_6^{cL} = 1.3 \end{array} \quad (2.63)$$

que con una reducción final de 4 se traducen en relaciones suficientemente cortas como para remontar las pendientes exigidas en la sección 1.4.1. De hecho, las dos últimas marchas cortas no son necesarias, pero prescindir de ellas puede resultar más complicado que mantenerlas.

2.5.2 Relaciones de Medias Marchas

Si en lugar de esta solución se buscara una basada en medias marchas, podría ser interesante que las nuevas relaciones (cortas) se encuentren equiespaciadas entre cada dos marchas originales (largas). Es decir, se busca que:

$$r_i^{cC} = \frac{r_i^{cL} + r_{i-1}^{cL}}{2} \quad (2.64)$$

y que todas las nuevas marchas se obtengan con una reducción única de valor α a partir de las marchas originales:

$$r_i^{cC} = \alpha r_i^{cL} \quad (2.65)$$

Si las marchas originales están espaciadas según una relación geométrica, se tiene que $r_{i-1}^{cL} = r_i^{cL} \omega_m^1 / \omega_m^2$, que introducido en 2.64 proporciona una relación entre una marcha corta y su correspondiente larga: $r_i^{cC} = r_i^{cL} (1 + \omega_m^1 / \omega_m^2) / 2$. De comparar esta relación con la 2.65 se obtiene el valor de α :

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\omega_m^1}{\omega_m^2} \right) \quad (2.66)$$

En la caja del ejemplo se tiene $\alpha = 0.88$, que proporciona las siguientes marchas:

$$\begin{array}{l} r_1^{cC} = 0.29, r_1^{cL} = 0.33, r_2^{cC} = 0.39, r_2^{cL} = 0.44, r_3^{cC} = 0.51, r_3^{cL} = 0.58, \\ r_4^{cC} = 0.67, r_4^{cL} = 0.76, r_5^{cC} = 0.88, r_5^{cL} = 1, r_6^{cC} = 1.14 \text{ y } r_6^{cL} = 1.3 \end{array} \quad (2.67)$$

Esta solución proporciona un mayor agrupamiento entre relaciones sucesivas pero impide disponer de marchas suficientemente cortas. Si se disponen las dos cajas en serie se tendrían 24 relaciones, lo cual es excesivo. Las dos cajas auxiliares se podrían utilizar con una caja principal de 4 relaciones, en cuyo caso el total sería de 16 marchas.

2.6 Acoplamientos Hidráulicos y Convertidores de Par

2.6.1 Acoplamientos Hidráulicos

El acoplamiento hidráulico ejerce las mismas funciones que el embrague de fricción, esto es, puentear la relación de transmisión cero (vehículo parado, motor en marcha) con la relación correspondiente a 1ª y, por otra parte, permitir los cambios entre marchas consecutivas. En este último caso, el acoplamiento hidráulico puentea la relación de transmisión entre los dos valores discretos consecutivos de la caja de cambios sin necesidad de interrumpir el paso de potencia. En las transmisiones con embrague de fricción se tenía que uno de los platos de empuje estaba constituido por el volante de inercia del motor. En transmisiones con acoplamiento hidráulico, la masa del acoplamiento suele ser suficiente para sustituir al volante de inercia. De ahí que, en ocasiones, los acoplamientos se denominen *volante de inercia líquido*.

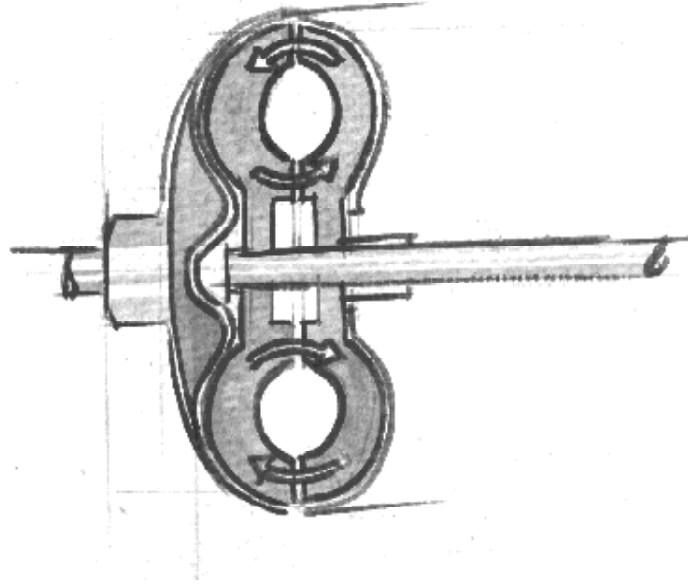


Figura 2.27: Acoplamiento hidráulico.

El funcionamiento del acoplamiento es el siguiente. El motor mueve una bomba hidráulica que comunica energía cinética a un fluido, esta energía se transfiere a una turbina conectada a la caja de cambios. El conjunto bomba-turbina constituye el acoplamiento hidráulico. En la configuración más habitual, los álabes de la bomba y la turbina están enfrentados directamente en una carcasa tórica. En la Fig. 2.27 se muestra un esquema de la sección de un acoplamiento sencillo. La bomba es solidaria al cigüeñal del motor, el eje de la turbina está conectado a la caja de cambios donde hace entrega de la potencia. En este modelo, la bomba tiene un núcleo en forma de carcasa tórica que facilita el guiado del fluido.

En la Figura 2.28 se muestra movimiento del fluido entre los álabes de la bomba y la turbina. Una partícula fluida situada en el punto A se encuentra sometida a una fuerza

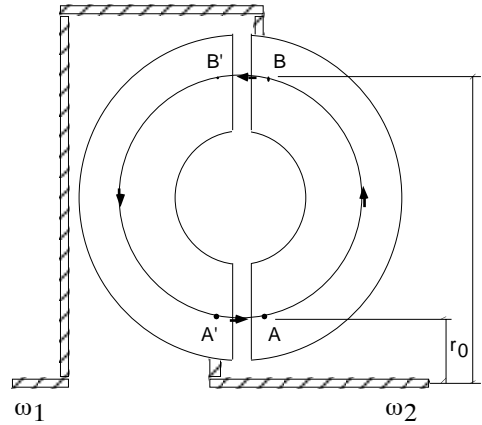


Figura 2.28: Movimiento del fluido entre los álabes de la bomba y la turbina.

centrífuga que la impele en la dirección del punto B, aquí el radio de giro es mayor, de manera que la energía cinética de la partícula ha aumentado: la bomba le ha comunicado energía cinética. En B la partícula es impelida por la bomba en la dirección de B', donde los álabes de la turbina la obligan a cambiar su dirección. Su cantidad de movimiento se modifica y ejerce una fuerza sobre los álabes de la turbina. La diferencia de energías a la entrada (B) y salida (A') corresponde a la energía entregada a la turbina. En los párrafos que siguen se estima el par transmitido en función de la geometría, del fluido, y de las velocidades de operación.

El teorema de Bernoulli refleja el equilibrio de energía de cada punto de un fluido ideal. En presencia de un campo de fuerzas de volumen, el teorema se escribe:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P - \rho\tau = \text{cte} \quad (2.68)$$

donde ρ es la densidad del fluido, v su velocidad, P su presión, y τ el trabajo realizado en la unidad de masa por las fuerzas de volumen. Cuando el campo de fuerzas de volumen está provocado por el giro del “recipiente” (campo centrífugo, $\vec{f} = \omega^2 r \vec{r}$), el trabajo τ viene dado por:

$$\tau = \int_0^r \vec{f} \cdot \vec{r} dr = \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \quad (2.69)$$

donde \vec{r} es un vector perpendicular al eje de giro que señala la posición de la partícula fluida para la que se escribe la ecuación. Con la expresión de τ dada por 2.69, y llamando $u = \omega r$, se puede escribir el teorema de Bernoulli de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2}\rho (v^2 - u^2) + P = \text{cte} \quad (2.70)$$

Es necesario puntualizar que la expresión es válida cuando el sistema de referencia gira con el “recipiente” (campo de fuerzas centrífugas exterior) y que, por tanto, la velocidad v está medida en este sistema de referencia.

El aceite en el interior de la bomba del acoplamiento tórico de la Figura 2.28 tiene un movimiento tridimensional complejo. Pero si se toma un sistema de referencia que gire con

la bomba (a la velocidad ω_1), es posible considerar que el movimiento (en este sistema) está contenido en el plano de la figura, y que el fluido tiene una velocidad tangencial al círculo del toro de módulo constante (v). Lo mismo ocurre en la turbina cuando se toma un nuevo sistema de referencia que gire con ella a la velocidad ω_2 . La ecuación de continuidad obliga a mantener el valor de la velocidad tangencial v también para la turbina. La ecuación de Bernoulli (2.70) permite relacionar las presiones de los puntos A y B de la Figura 2.28:

$$\frac{1}{2}\rho(v^2 - u_1^2) + P_B = \frac{1}{2}\rho v^2 + P_A \quad (2.71)$$

donde se ha llamado $u_1 = \omega_1 r$, y donde se ha admitido que el radio en el punto A (r_0) es mucho menor que en el punto B (r , $r_0 \ll r$). En definitiva:

$$P_B = P_A + \frac{1}{2}\rho u_1^2 \quad (2.72)$$

La presión en B es superior a la que se tiene en A porque la bomba ha conseguido llevar el fluido hasta una zona de mayor potencial. Las presiones de los puntos B' y A' de la turbina están relacionados por la ecuación:

$$P_{B'} = P_{A'} + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \quad (2.73)$$

donde $u_2 = \omega_2 r$

Ahora conviene introducir algunas aproximaciones simplificativas. En primer lugar se admite que en el retorno de la turbina a la bomba no hay variaciones de presión ($P_{A'} \approx P_A$). Esto es razonable puesto que en este paso el fluido está muerto. La turbina lo deja salir y la bomba lo recoge sin energía. Por otra parte, la aplicación del teorema de Bernoulli ha impedido introducir fuerzas viscosas, pero es evidente que la velocidad v se estabiliza cuando la diferencia de presiones equilibra la pérdida de carga en el “conducto”. Al abandonar una ecuación de Bernoulli para recoger otra (salto de B a B') aparece, concentrada, toda la pérdida de carga del circuito. Por tanto, la diferencia de presiones:

$$P_B - P_{B'} = \frac{1}{2}\rho(u_1^2 - u_2^2) = \frac{1}{2}\rho r^2(\omega_1^2 - \omega_2^2) \quad (2.74)$$

debe obedecer a una ley del tipo:

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho v^2 \frac{l}{D} f \quad (2.75)$$

donde f es un factor de “fricción” experimental, l es la longitud del “conducto”, y D su diámetro. En el caso del acoplamiento hidráulico, la longitud se puede aproximar por el perímetro del disco del toro ($l \approx \pi r$), y la dimensión característica de la sección de paso es una determinada fracción de $r/2$ que depende del tamaño del toro interior. Sea, por ejemplo, $D \approx (2/3)(r/2)$, en cuyo caso $l/D \approx 10$ y, tomando $f \approx 0.04$ como valor razonable, se obtiene $\Delta P = 0.4\rho v^2/2$. Con estos números, la igualdad de las expresiones 2.74 y 2.75 proporciona la siguiente ecuación para la velocidad v :

$$r^2(\omega_1^2 - \omega_2^2) = 0.4v^2 \quad (2.76)$$

El deslizamiento entre la bomba y la turbina se define como la diferencia de velocidades entre ambas, adimensionalizada con la velocidad de la bomba:

$$s = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \quad (2.77)$$

La velocidad v , obtenida de la ecuación 2.76, se expresa, en función del deslizamiento (2.77), como:

$$v = \frac{r\omega_1\sqrt{2s}}{0.63} \quad (2.78)$$

La velocidad “de circulación” (v) aumenta con el tamaño del acoplamiento, con la velocidad de la bomba, y con la raíz cuadrada del deslizamiento.

El par transmitido en el acoplamiento se puede estimar como la fuerza ejercida sobre los álabes de la turbina multiplicada por la distancia característica r ($T = Fr$). La fuerza sobre los álabes de la turbina es igual (y de sentido contrario) a la fuerza sobre el fluido cuando recorre el semitoro de la turbina. Y ésta última es igual a la variación de la cantidad de movimiento del fluido. Puesto que la velocidad de circulación v es constante, las variaciones de cantidad de movimiento son producidas por las variaciones de velocidad circunferencial. La cantidad de movimiento (“circunferencial”) justo antes de entrar en la turbina (punto B) es igual a la densidad (ρ) por el caudal (q) y por la velocidad $u_1 = r\omega_1$. Y la cantidad de movimiento a la salida (punto A') es despreciable frente a la anterior ($r_0 \ll r$). Por tanto, el módulo de la fuerza sobre los álabes es $F = \rho q r \omega_1$, y el par es:

$$T = \rho q r^2 \omega_1 \quad (2.79)$$

El caudal es igual a la velocidad de circulación (v) multiplicada por la sección de paso S . Esta sección se puede aproximar por $S \approx 2\pi r r / 3 \approx 2r^2$. Haciendo uso de la expresión 2.78 se obtiene:

$$q \approx 3r^3 \omega_1 \sqrt{2s} \quad (2.80)$$

Con lo que la expresión 2.79 se escribe:

$$T \approx 3r^5 \omega_1^2 \sqrt{2s} \rho \quad (2.81)$$

En definitiva, el par aumenta con el tamaño característico del dispositivo a la quinta potencia!, y con la velocidad de la turbina al cuadrado. También aumenta con la diferencia de velocidades entre bomba y turbina (raíz cuadrada del deslizamiento), y con la densidad del aceite. El tamaño tiene una incidencia muy importante. Una ligera reducción en el tamaño puede disminuir dramáticamente el par máximo que se puede transmitir. La velocidad de la bomba (motor) también influye significativamente. Cuando la bomba gira a pocas revoluciones transmite un par pequeño, pero cuando se acelera, el par transmitido crece de manera muy importante. Con el motor al relentí, el vehículo apenas tiende a moverse, pero al pisar el acelerador, el motor se revoluciona rápidamente, y el par crece extraordinariamente. El deslizamiento también influye. No se pueden transmitir grandes pares a menos que exista una diferencia de velocidades apreciable entre bomba y turbina. Cuando el vehículo está parado y se acelera el motor, se tienen deslizamientos grandes y pares transmitidos elevados. Por último, la expresión indica que el aceite a utilizar debe tener una elevada densidad, pero su viscosidad debe ser lo menor posible para reducir pérdidas (disminuir el factor f).

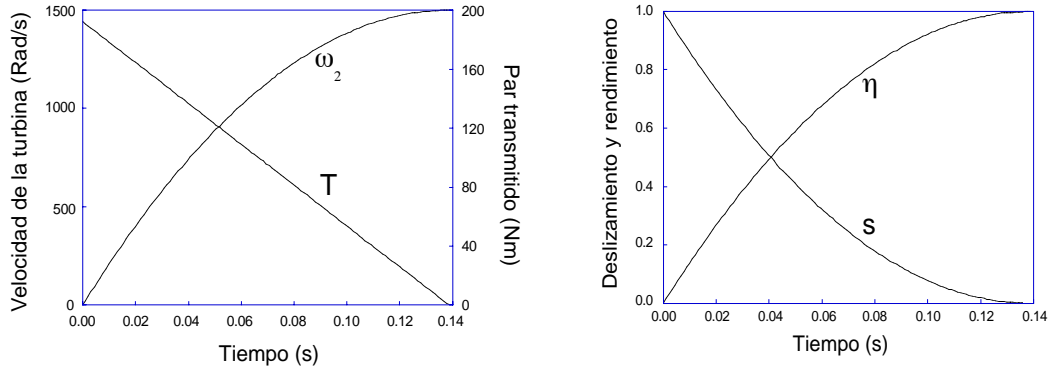


Figura 2.29: Velocidad de la turbina, deslizamiento, par y rendimiento con $\omega_1 = \text{cte}$.

Es necesario recordar que el par transmitido supone una condición de contorno que liga el comportamiento del motor con el de la transmisión y el vehículo. Esta condición es del mismo tipo de la que se tiene en un embrague de fricción cuando está patinando. Si el par transmitido en unas condiciones determinadas es superior al par resistente (descontando el par producido por la fuerza de inercia), el vehículo se acelera, de lo contrario se frena. Si es superior al par producido por el motor, éste se viene abajo, mientras que si es inferior, el motor se revoluciona. Las revoluciones del motor y el par transmitido se adaptan rápidamente para encontrar la situación de equilibrio. Como ejemplo se puede analizar la siguiente situación. Se dispone de un motor con un controlador capaz de mantenerlo a régimen constante (ω_1), independiente de la carga a la que está sometido. El motor está conectado, mediante un acoplamiento hidráulico, a una carga de inercia I_2 inicialmente en reposo. El par transmitido por el acoplamiento, en cada instante de tiempo, viene impuesto por la ecuación 2.81 y, por otra parte, tiene que hacer frente (ser igual) al par provocado por la inercia de la carga ($T_2 = I_2 \dot{\omega}_2$). La igualdad de estas ecuaciones se escribe, después de introducir la definición de s (ec. 2.77), de la siguiente manera:

$$3r^5\omega_1^2\rho\sqrt{2}\sqrt{1-\frac{\omega_2}{\omega_1}} = I_2\dot{\omega}_2 \quad (2.82)$$

Esta ecuación diferencial permite obtener la velocidad de la carga en cada instante. La solución de la ecuación es:

$$\omega_2 = \omega_1 \left(1 - \left(\frac{\frac{c}{I_2}t - 2\omega_1}{2\omega_1} \right)^2 \right) \quad (2.83)$$

donde $c = 3r^5\omega_1^2\rho\sqrt{2}$, y donde se ha tenido en cuenta que $\omega_2(0) = 0$. En la Figura 2.29 se representa la función $\omega_2(t)$ de este ejemplo, junto con el deslizamiento, el par transmitido, y el rendimiento (que se define en el siguiente párrafo). Los datos utilizados son: $r = 0.10$ m, $\omega_1 = 200$ rad/s, $\rho = 850$ Kg/m³, $I_2 = 0.5$ Kgm². Se observa que el tiempo requerido para acelerar la turbina hasta la misma velocidad que la bomba es muy pequeño (0.14 s), y

que el par transmitido con deslizamientos grandes (en los primeros instantes del proceso) es muy elevado. Si se aumenta ligeramente el tamaño del acoplamiento (r) el tiempo de puesta a régimen se reduce dramáticamente, y el par aumenta considerablemente.

El rendimiento (η) del acoplamiento se puede definir como relación entre la potencia que sale por el eje de la turbina y la potencia que entra por el eje de la bomba:

$$\eta = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} \quad (2.84)$$

donde T representa par y ω velocidad, los subíndices 1 y 2 hacen referencia a bomba y turbina, respectivamente. El equilibrio del acoplamiento obliga a que, en condiciones estacionarias, los pares en la bomba y la turbina sean iguales ($T_1 = T_2$). Por tanto, el rendimiento es igual a la relación de velocidades ($\eta = \omega_2/\omega_1$) que, en función del deslizamiento (ec. 2.77), se escribe:

$$\eta = 1 - s \quad (2.85)$$

Cuando el vehículo está parado, $s = 1$, y el rendimiento es nulo. Cuando el deslizamiento es muy pequeño, el rendimiento es próximo a la unidad. Afortunadamente, el acoplamiento se puede diseñar para que la relación de velocidades sea próxima a la unidad en las condiciones normales de funcionamiento. Sólo en el arranque, y en pequeños intervalos de tiempo después de cada cambio de marcha, se tendrán valores altos del deslizamiento. No obstante, este es uno de los inconvenientes de la transmisión hidrodinámica frente a la mecánica, se penaliza el consumo debido a las pérdidas en el acoplamiento hidráulico.

El diseño de los álabes está influenciado por el deslizamiento que se espera tener en condiciones normales de funcionamiento. El ángulo de ataque (entre el fluido y los álabes de la turbina) es función del deslizamiento y de la inclinación de dichos álabes. Si se diseña para funcionar con deslizamientos pequeños, los álabes deben ser planos y paralelos al eje del toro. De esta manera el ángulo de ataque será tanto más pequeño cuanto menor sea el deslizamiento. En cualquier caso, la bomba y turbina deben tener distinto número de álabes para evitar el enfrentamiento simultaneo de todos ellos. De ocurrir esto, se producirían vibraciones indeseables en el acoplamiento.

2.6.2 Convertidores de Par

El equilibrio de pares en los acoplamientos obliga a que el par transmitido por el motor a la bomba sea igual al que la turbina transmite a la caja de cambios. Pero existe un método sencillo para aumentar el par de salida. Consiste en interponer un estator en el retorno de la turbina a la bomba con el que poder generar un par de reacción que se suma al par de entrada. El resultado es una reductora de fluido, un dispositivo que se conoce como *convertidor de par* (Figura 2.30).

Una partícula fluida es impelida por la bomba hacia la turbina donde es reorientada hacia los álabes del estator, aquí vuelve a cambiar su dirección para reiniciar el ciclo a la entrada de la bomba. El análisis del funcionamiento se hará en términos cualitativos. Si se corta una pequeña sección del toro y se abre para desplegar los álabes de la bomba, turbina y estator, se tiene una imagen como la de la Figura 2.31. En ésta se muestran las velocidades absolutas y relativas a la entrada y salida de cada uno de los tres álabes. La proyección de las velocidades en el eje horizontal (velocidad de circulación) es constante (ecuación de continuidad). La velocidad absoluta a la entrada de la bomba es \vec{v}_1 , los álabes de la bomba ven al fluido venir con una velocidad relativa igual a \vec{v}_1 que es el resultado

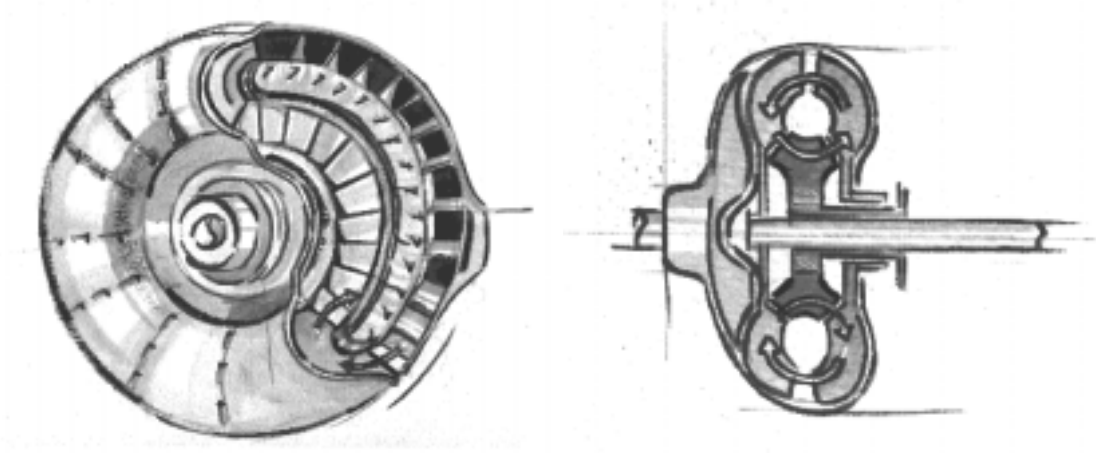


Figura 2.30: Convertidor de par.

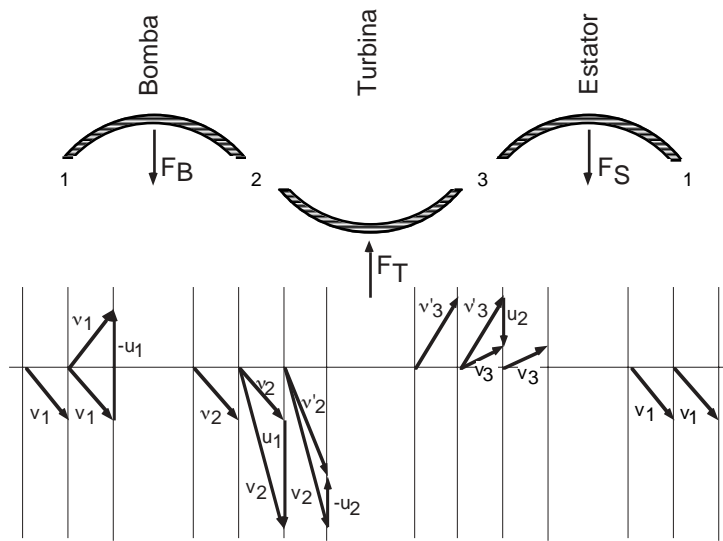


Figura 2.31: Velocidades absolutas y relativas del fluido en un convertidor de par.

de restar de \vec{v}_1 la velocidad del álabe \vec{u}_1 ($\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{u}_1$). El ángulo de ataque (ángulo entre la velocidad \vec{v}'_1 y la tangente al álabe en la entrada) no debe ser muy grande en condiciones normales de funcionamiento para conseguir rendimientos razonables. El álabe curvo redirige el fluido y lo obliga a salir con una velocidad relativa (\vec{v}'_2) prácticamente tangente al álabe en la salida. La velocidad absoluta en este punto se obtiene de sumar la velocidad del álabe a la relativa ($\vec{v}_2 = \vec{v}'_2 + \vec{u}_1$). Ésta es la velocidad con la que el fluido entra en la turbina, pero ésta, la turbina, lo ve venir con una velocidad relativa

$\vec{\nu}_2 = \vec{v}_2 - \vec{u}_2$. De nuevo, $\vec{\nu}_2$ debe ser sensiblemente tangente al álabe de la turbina en la entrada para no disparar las pérdidas. El fluido cambia de dirección cuando recorre el álabe de la turbina y sale con una velocidad relativa ($\vec{\nu}_3$) prácticamente tangente al álabe en la salida. La velocidad absoluta en este punto se obtiene de sumar la velocidad del álabe a la relativa ($\vec{v}_3 = \vec{\nu}_3 + \vec{u}_2$). Ésta es la velocidad con la que el fluido entra en el estator que, al estar inmóvil, lo ve venir precisamente con la velocidad \vec{v}_3 . El fluido cambia de dirección cuando recorre el álabe del estator y sale con una velocidad (\vec{v}_1) prácticamente tangente al álabe en la salida. Ésta es la velocidad con la que el fluido entró inicialmente en la boma.

Los cambios de dirección en la velocidad del fluido permiten determinar la dirección de las fuerzas sobre los álabes. En la bomba, la fuerza sobre el álabe tiene dirección contraria a \vec{u}_1 . El par tiene el mismo sentido que ω_1 . La potencia entra por la bomba. En la turbina, la fuerza sobre el álabe tiene la misma dirección que \vec{u}_2 . El par tiene sentido contrario a ω_2 . La potencia sale por la turbina. En el estator, la fuerza sobre el álabe tiene la misma dirección que sobre el álabe de la bomba. El par del estator se suma al de la bomba. La potencia es nula puesto que no gira. De manera que, para el caso analizado, esto es, para velocidades normales de funcionamiento, el cambio de dirección de la partícula en la bomba y el estator es tal que los pares sobre sus ejes se suman para incrementar el par de salida en la turbina:

$$T_1 + T_s = T_2 \quad (2.86)$$

donde T_s es el par de reacción en el estator.

Pero la situación analizada no es la única posible. Se observa en la Figura 2.31 que si la velocidad \vec{u}_2 crece, el ángulo de ataque entre \vec{v}_3 y el álabe del estator tiende a hacerse negativo. Para un valor suficientemente grande de \vec{u}_2 (frente a \vec{u}_1), el cambio de dirección del fluido en el estator se invierte, y la dirección del par de reacción cambia. El par del estator no ayuda al de la bomba sino que lo disminuye. Esta situación es ridícula, de producirse se tendría un par de salida inferior al de entrada, los álabes del estator estarían cargados en sentido contrario, el estator estaría estorbando. Es por esta razón que éste, el estator, se monta sobre un embrague unidireccional, de manera que cuando está cargado en sentido contrario se deja girar libremente. Esta situación se conoce como punto de acoplamiento. En el punto de acoplamiento se igualan los pares en bomba y turbina y el funcionamiento es similar al de un acoplamiento hidráulico con álabes curvos.

El rendimiento se define, de nuevo, como la relación 2.84, pero, en este caso, los pares T_1 y T_2 no coinciden. El cociente $\mu = T_2/T_1$ indica el grado de multiplicación del par. El rendimiento se suele expresar en función de μ y de s :

$$\eta = \mu(1 - s) \quad (2.87)$$

En la Figura 2.32 se muestra de manera cualitativa la evolución de la relación de pares (μ), y el rendimiento (η), en función de la relación de velocidades ($\nu = \omega_2/\omega_1 = 1 - s$). En la Figura se destacan las relaciones ν^1 y ν^2 . Cuando la relación de velocidades es ν^1 , el dispositivo alcanza el rendimiento máximo funcionando como convertidor. La multiplicación de par disminuye a medida que la velocidad de la turbina se hace más parecida a la de la bomba. Al llegar a la relación ν^2 se alcanza el punto de acoplamiento. Lo que había sido estator comienza a girar libremente, y el dispositivo se convierte en un acoplamiento hidráulico. El rendimiento evoluciona como lo haría en un acoplamiento, y

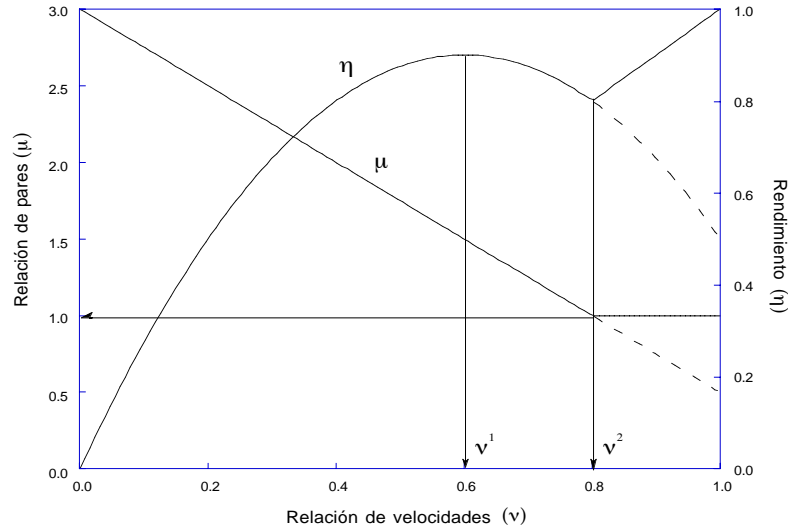


Figura 2.32: Relación de pares y rendimiento en un convertidor de par.

la multiplicación de par desaparece. En la Figura se muestran (en línea de puntos) las evoluciones que hubieran seguido el rendimiento y la relación de pares de haber mantenido el estator anclado a la carcasa.

Tanto los acoplamientos como los convertidores pueden estar provistos de un embrague de fricción que liga la bomba con la turbina. Con el embrague abierto, el dispositivo funciona como se ha explicado en esta sección y la anterior. Mientras que con el embrague cerrado, el dispositivo hidráulico queda puenteado y no interviene en la transmisión. El embrague suele estar conectado a un sistema hidráulico, electrohidráulico, o centrífugo, que lo cierra a partir de una velocidad del vehículo determinada, o cuando se dan las condiciones apropiadas. En cajas automáticas es muy común disponer de un embrague que acopla después de la marcha más larga dando la sensación de que se dispone de una relación extra. En estas condiciones el rendimiento del acoplamiento sube a uno y el deslizamiento baja a cero.

2.7 Embragues Unidireccionales

Los embragues unidireccionales permiten la transmisión de par en una dirección pero no en la contraria. El ejemplo más clásico de utilización es el piñón de bicicleta. También se utilizan, como se ha comentado, en convertidores de par para conectar el estator al eje fijo.

2.7.1 Embragues de Trinquete

El embrague de trinquete (Fig. 2.33) está formado por dos piezas acopladas de manera que se permite su giro relativo. La pieza interior está tallada con dientes de sierra. La pieza exterior tiene lengüetas que pueden ser sacadas de su posición por la rampa suave de la sierra, pero que se clavan al encontrarse con la rampa abrupta del mismo diente. De esta manera, el giro relativo es posible en una dirección pero no en la contraria. Los dispositivos de trinquete presentan problemas para velocidades y pares elevados. El ruido y desgaste cuando giran libres es uno de ellos, la brusquedad de la entrada en carga al cambiar el sentido de giro es otro, y la escasa resistencia mecánica de las lengüetas es el último. Sin embargo, tienen la ventaja de generar pocas cargas parásitas, esto es, cargas mecánicas que no intervienen directamente en la transmisión de potencia. La balanza se inclina del lado de los inconvenientes, de ahí que los embragues de rodillos y cuñas sean los más utilizados.

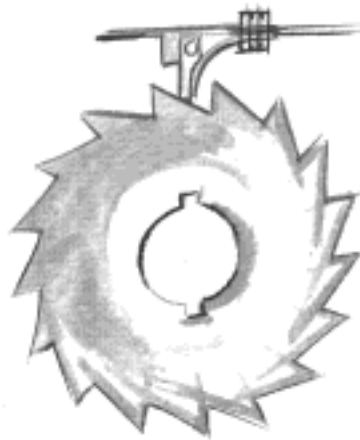


Figura 2.33: Embrague unidireccional de trinquete.

2.7.2 Embragues de Rodillos y Cuñas

Los sistemas de la Figura 2.34 se basan en una serie de rodillos que se mueven en una cavidad de sección convergente. Cuando la velocidad relativa obliga a los rodillos a moverse hacia la garganta de la leva, se genera una fuerza de compresión radial que permite la transmisión de par a través de las tensiones tangenciales de rozamiento entre los rodillos y las paredes de guiado.

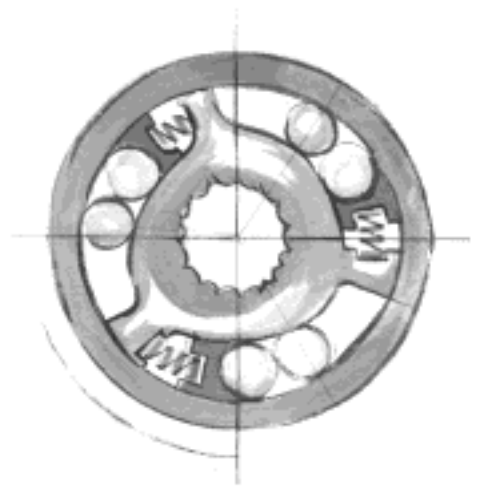


Figura 2.34: Embrague unidireccional de rodillos.

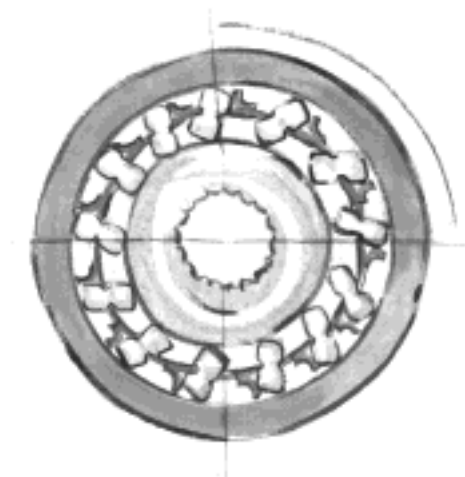


Figura 2.35: Embrague unidireccional de cuñas.

La leva no es necesaria en la configuración de la Figura 2.35 en la que se interponen calzos montados con un cierto ángulo entre dos ruedas cilíndricas. En una dirección, el movimiento relativo tiende a acuñar los calzos, mientras que en la otra tiende a inclinarlos más y disminuir la fuerza de rozamiento. El inconveniente común a estos sistemas es la necesidad de generación de una carga radial muy importante para la transmisión de un par moderado. Esto obliga a la utilización de mucho material para absorber estas cargas parásitas con el consiguiente aumento del momento de inercia.

En la Figura 2.36 se muestra un esquema de las fuerzas que actúan sobre la cuña en el supuesto de que el par es suficientemente elevado como para vencer la fuerza de enclavamiento. El equilibrio de momentos respecto del punto A se escribe con suficiente

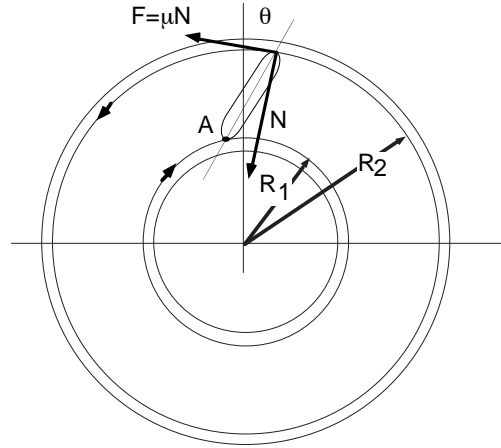


Figura 2.36: Fuerzas sobre la cuña.

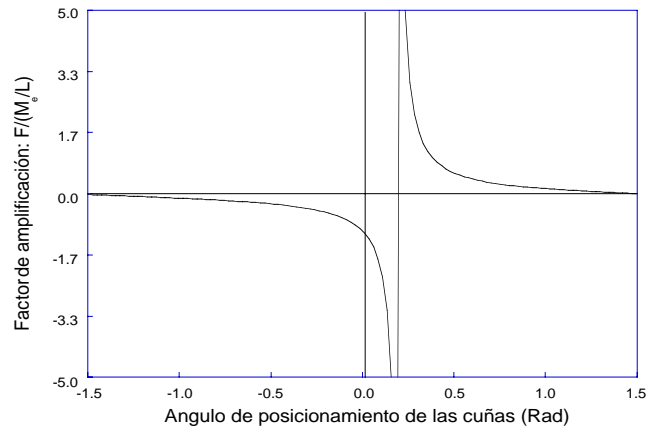


Figura 2.37: Factor de amplificación. Fuerza de rozamiento de las cuñas sobre la pista.

aproximación de la siguiente manera:

$$NL \tan \theta - M_e - \mu NL = 0 \quad (2.88)$$

donde N es la carga normal en el apoyo de la cuña, μ el coeficiente de fricción entre los aceros de la cuña y la pista interior, θ el ángulo con la radial de la línea entre puntos de contacto, y M_e es un pequeño momento de posicionamiento provocado por un elemento flexible situado entre las cuñas y el disco portacuñas. El par necesario para llegar a la situación analizada es $T = \mu NR$, siendo R el radio de la pista interior. Despejando N de 2.88 y utilizándolo para calcular la relación entre T y M_e , se tiene:

$$\frac{T}{M_e} = \frac{R}{L} \frac{\mu}{\tan \theta - \mu} \quad (2.89)$$

En la Figura 2.37 se representa el factor de amplificación T/M_e en función del ángulo de posicionamiento de las cuñas (θ). Cuando el ángulo de montaje de las cuñas es cercano a $\arctan \mu$, se necesitan pares muy elevados para hacer deslizar las cuñas. Es posible que se produzca el fallo mecánico antes de alcanzar este par de “perforación del diodo”. Las cuñas hacen que el diodo se “clave” en una dirección, mientras que permiten el giro libre en la contraria.

Capítulo 3

Direccionamiento y Reparto

3.1 Juntas Homocinéticas

En la práctica totalidad de las transmisiones utilizadas en vehículos automóviles se necesita transmitir el par entre ejes que se cortan en un punto y forman un ángulo variable entre sí. Esto se debe a que el motor y caja de cambios están cogidos (elásticamente) al bastidor (suspendido) del vehículo, mientras que las ruedas deben permanecer en contacto con la carretera (elementos no suspendidos). Existe una serie de dispositivos de unión que permiten efectuar la transferencia de par entre ejes que forman un ángulo variable. Algunos de estos dispositivos cumplen, además, una condición de especial importancia: la velocidad angular en el eje de salida es, en todo instante, igual a la del eje de entrada. Las uniones que cumplen esta condición reciben el nombre de “juntas homocinéticas”.

3.1.1 Junta Cardan y Doble Cardan

Una de las uniones más conocidas es la junta cardan o unión de Hooke. Esta unión no cumple la condición homocinética pero es la base para una serie de diseños más sofisticados. En la Figura 3.1 se muestra un esquema de la junta. La relación entre la velocidad de salida (sea ω_2) y la de entrada (ω_1), en función del ángulo entre ejes (β) y del ángulo girado por el eje conductor (θ_1), se obtiene de la siguiente manera (ver la Figura 3.2). Los vectores de posición de los puntos A y B (extremos de la cruceta intermedia) son (Fig. 3.2):

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} d \sin \theta_1 \\ 0 \\ d \cos \theta_1 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} -d \cos \theta_2 \cos \beta \\ d \cos \theta_2 \sin \beta \\ d \sin \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Estos vectores son perpendiculares en todo instante ($\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$) y, por tanto:

$$\tan \theta_2 = \tan \theta_1 \cos \beta \quad (3.2)$$

Derivando esta expresión respecto del tiempo se obtiene la relación de velocidades buscada:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = \frac{\cos \beta}{1 - \sin^2 \theta_1 \sin^2 \beta} \quad (3.3)$$

La representación de la expresión anterior para distintos valores del parámetro β se da en la Figura 3.3. Puede verse que la relación ω_2/ω_1 varía con θ_1 , y que esta variación es muy acentuada cuando β es grande.

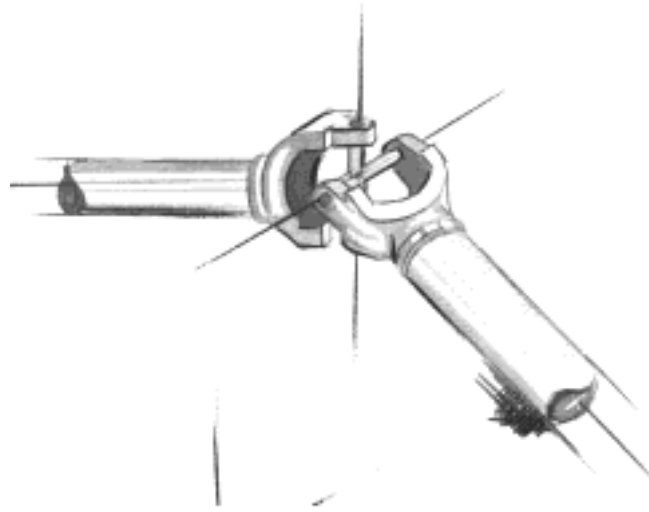


Figura 3.1: Junta cardan.

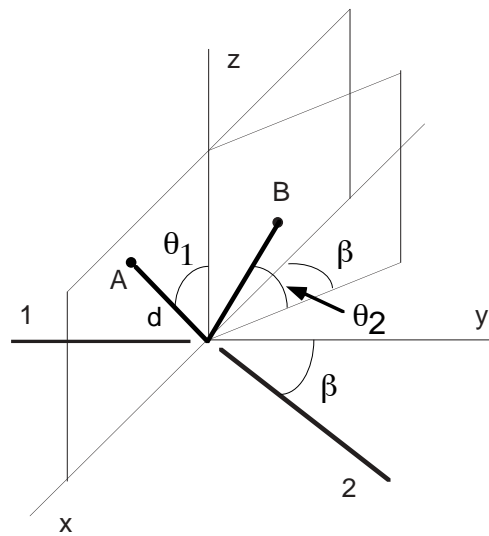


Figura 3.2: Representación axonométrica de la cruceta de una junta Cardan.

Es posible disponer dos juntas cardan en serie de manera que la variación de velocidad introducida en la primera se corrija en la segunda (Fig. 3.4). Para ello, el ángulo formado por el eje de entrada y el intermedio debe tener el mismo valor absoluto que el formado por el eje de salida y el eje intermedio. En efecto, para la junta de la Figura 3.4, se puede imponer la relación 3.2 en cada uno de los cardan:

$$\tan \theta_2 = \tan \theta_1 \cos \beta_1 \quad (3.4)$$

$$\tan \theta_2 = \tan \theta_3 \cos \beta_2 \quad (3.5)$$

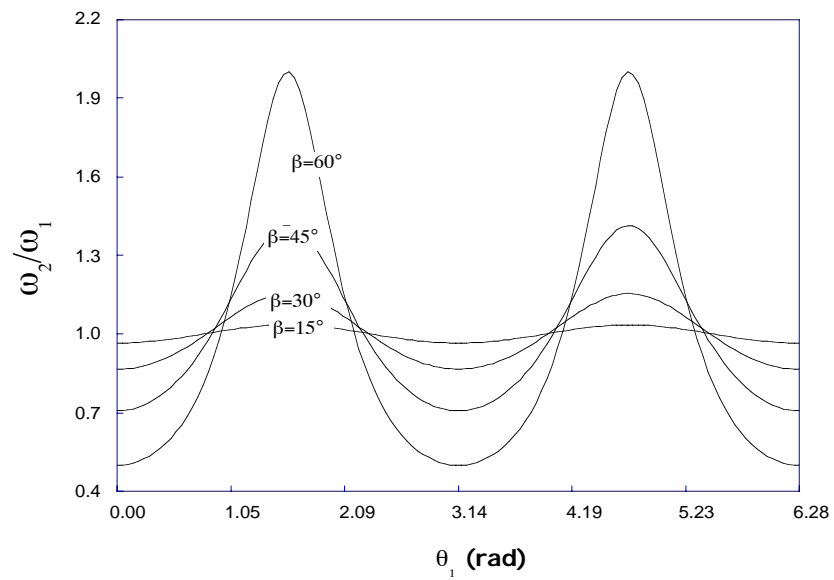


Figura 3.3: Relación de velocidades entre la entrada y la salida.

de donde:

$$\tan \theta_3 = \tan \theta_1 \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \quad (3.6)$$

Por tanto, la junta es homocinética siempre que $\beta_1 = \pm \beta_2$. Esto da lugar a dos posibles configuraciones que se muestran en la Figura 3.5.

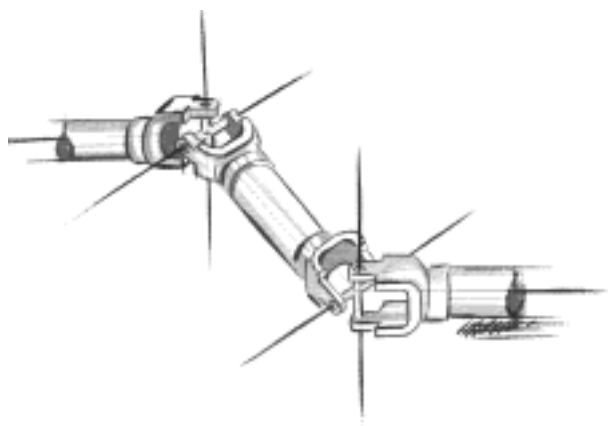


Figura 3.4: Junta formada por dos cardan en serie.

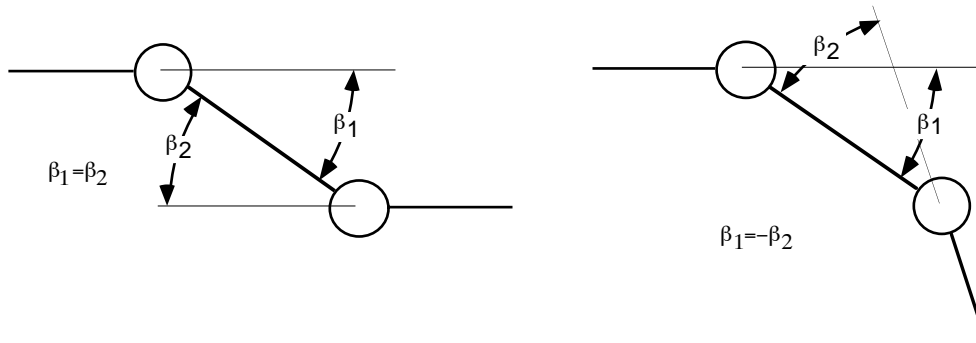


Figura 3.5: Condiciones para la igualdad de velocidad en la doble cardan.

La igualdad de ángulos referida anteriormente implica una cierta complejidad constructiva. En la Figura 3.6 se muestra un ejemplo de junta doble en la que el miembro intermedio está guiado por dos tetoncillos, uno de ellos solidario con el eje de entrada, y otro con el de salida. De esta manera, el plano bisectriz a los ejes de entrada y salida es siempre perpendicular al eje intermedio.

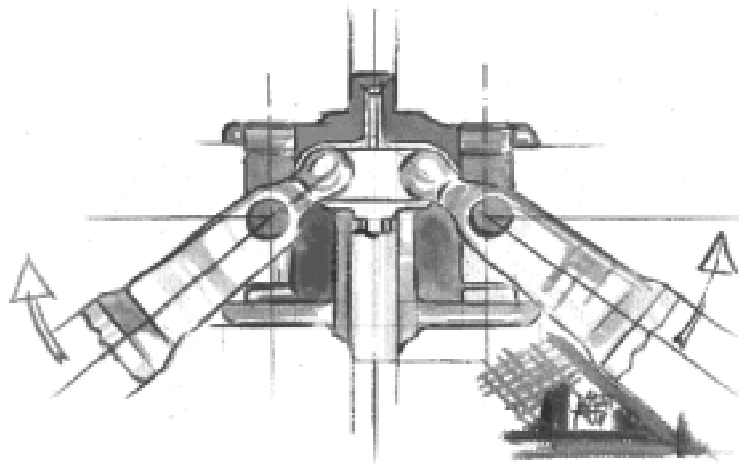


Figura 3.6: Junta doble cardan con mecanismo de direccionamiento del eje intermedio.

3.1.2 Junta Weiss

En los vehículos de tracción delantera se deben permitir ángulos muy elevados entre el eje de salida (eje de la rueda) y el de entrada (semieje o palier). Para este tipo de unión es preferible usar diseños como los Weiss o Rzeppa que mantienen la relación homocinética para un rango muy amplio de ángulos. En ambos casos se intenta cumplir la siguiente condición: el par se transmite de un eje al otro de manera que los puntos de contacto

permanecen en el plano bisectriz de los dos ejes. En este caso las velocidades del eje de entrada y de salida coinciden en todo instante.

En efecto, los ejes 1 y 2 de la Figura 3.7 forman un ángulo β . El punto de contacto P está separado una distancia r_i del eje i ($i = 1, 2$). Puesto que las piezas en contacto no se penetran, se tiene que:

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \quad (3.7)$$

donde ω_1 y ω_2 son las velocidades angulares del eje 1 y 2 respectivamente. La condición homocinética se cumple cuando $r_1 = r_2$, esto es, cuando el punto P está en la bisectriz de los ejes. La condición se puede extender a otras “vistas” del acoplamiento y concluir que el lugar geométrico de los puntos de contacto debe estar en el plano bisectriz, con independencia de la forma que este lugar geométrico adopte en el plano.

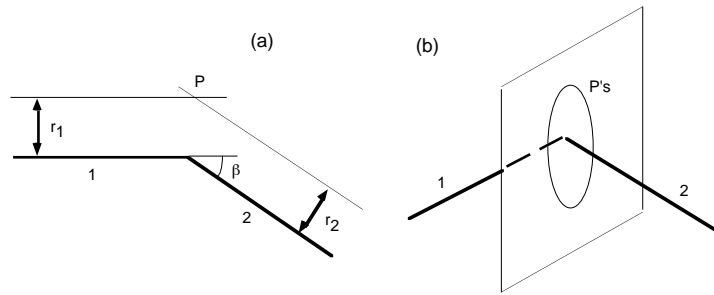


Figura 3.7: Relación homocinética en juntas con contacto puntual.

El diseño Weiss (o Bendix–Weiss) se muestra en la Figura 3.8. Los ejes están provistos en sus extremos de unos bulbos con canales para albergar las bolas que, finalmente, transmiten el par como fuerza de contacto. Los bulbos están cortados de manera que “engranan” entre sí y mantienen las bolas en posiciones circunferenciales fijas. Por otra parte, la geometría de los canales (Fig. 3.8) es tal que las bolas están siempre contenidas en el plano bisectriz de los dos ejes (no caben en ninguna otra posición). La proyección de la velocidad angular sobre la normal a este plano es constante y, por tanto, la relación de velocidades entre ejes también lo es. Las velocidades de entrada y salida son iguales en todo instante y para cualquier ángulo β .

La junta no presenta resistencia a los esfuerzos longitudinales que pudieran aparecer. Si se separan los ejes en dirección axial, las bolas se posicionan en una circunferencia de menor diámetro, mientras que si se acercan los ejes, las bolas se separan posicionandose en una circunferencia de diámetro mayor. Para evitar estos movimientos es posible disponer de una carcasa esférica con suficiente abertura para permitir el paso de los ejes y su movimiento relativo. Una carcasa de este tipo estaba ya incluida en la patente original de Carl Weiss de 1923.

3.1.3 Junta Rzeppa

El diseño Rzeppa (ingeniero de Ford en 1926) es probablemente uno de los más usados en tracciones delanteras. De nuevo se trata de mantener unas bolas en el plano bisectriz de los dos ejes pero, en este caso, la manera de mantenerlas en la posición deseada es distinta y el resultado más eficaz.

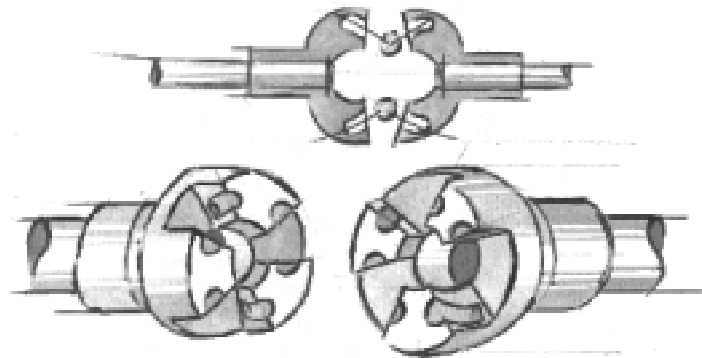


Figura 3.8: Junta "Weiss".

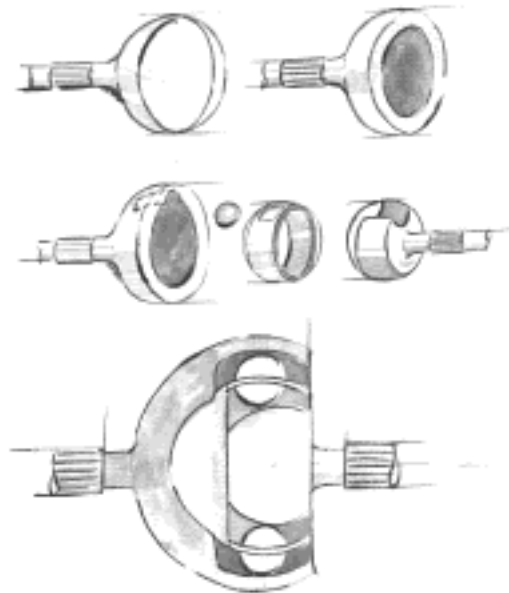


Figura 3.9: Junta Rzeppa. Secuencia de tallado y posición montada.

En la primera patente de 1933 se posicionan las bolas mediante un anillo conductor dirigido por una biela. Poco después, Bernard Stuber modificó este diseño de manera que el posicionamiento de las bolas viene dado por la propia geometría de los canales portabolas. Se trata de tallar las ranuras del eje conductor y conducido con centros de curvatura desplazados. Con este sistema las bolas se mantienen, aproximadamente, en el plano bisectriz.

Para entender el funcionamiento de la junta es necesario visualizar primero su geometría. En la Figura 3.9 se muestra una secuencia imaginaria y simplificada de la fabricación de la junta. Se parte de un eje que termina en un bulbo sensiblemente esférico y

macizo. De esta “esfera” se desecha un trozo seccionandola por un plano perpendicular al eje. Es importante que el trozo de “esfera” que permanece unido al eje se prolongue más allá del plano de diámetro máximo. Ahora se procede a vaciar una cavidad esférica de diámetro D que designaremos E_1 , y en el material restante se tallan surcos semi-tóricos con sección de diámetro d . En la figura se muestra, a modo de ejemplo, un único surco, pero es difícil encontrar juntas comerciales con un número de surcos inferior a 4. Las cumbres de los surcos están contenidas en una esfera imaginaria de diámetro $D + d/2$ que designaremos E_2 . Nada obliga a que las esferas E_1 y E_2 sean concéntricas y, de hecho, el funcionamiento como junta homocinética requiere que estas dos esferas tengan centros separados una determinada distancia en la dirección del eje. Con estas operaciones queda fabricada una de las piezas de la junta. La siguiente pieza es el anillo portabolas. El anillo se puede obtener de una esfera hueca de diámetro exterior D y espesor e . Como se aprecia en la Figura 3.9, de esta esfera se desechan los dos casquetes polares, y en el anillo resultante se taladran agujeros de diámetro d para acoger las bolas. La última pieza por “fabricar” es la unida al segundo eje. El eje termina en un bulbo perfectamente esférico de diámetro $D - e$. De esta esfera se pueden desechar uno o dos casquetes polares, y en el material restante se tallan surcos semi-tóricos con sección de diámetro d . Los valles de los surcos están contenidos en una esfera imaginaria de diámetro $D - e - d/2$ que designaremos E_3 . Nada obliga a que las esferas E_2 y E_3 sean concéntricas y, de hecho, el funcionamiento como junta homocinética requiere que estas dos esferas tengan centros separados una determinada distancia en la dirección del eje.

Cuando todas las piezas anteriores han sido montadas se tiene un junta cuya sección es la mostrada en la Figura 3.9. Uno de los ejes abraza perfectamente al anillo portabolas porque comparten la esfera de diámetro D , mientras que el anillo abraza perfectamente al otro eje porque comparten la esfera de diámetro $D - e$. Para acomodar un determinado ángulo entre los ejes, se produce un giro relativo entorno al centro común de estas dos últimas esferas. El par se transmite de un eje a otro mediante el contacto puntual con las bolas. Las bolas tocan a los surcos superiores cuyas cumbres están en la esfera E_2 , y también tocan a los surcos inferiores cuyos valles están en la esfera E_3 .

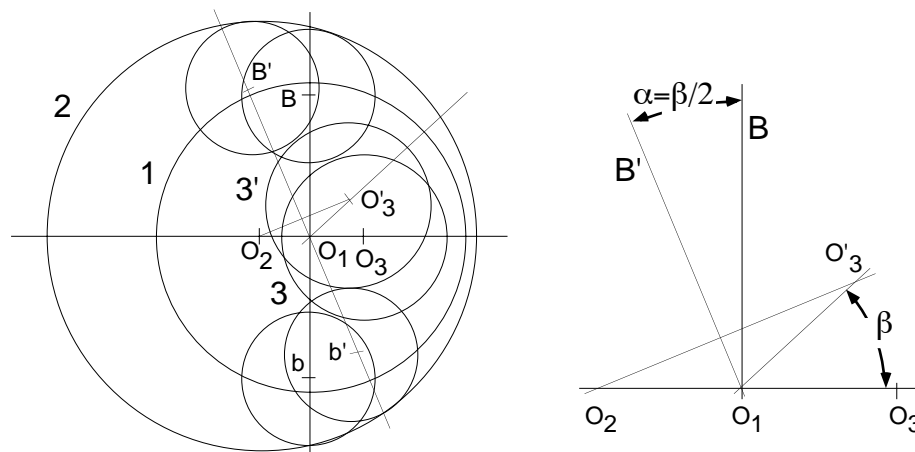


Figura 3.10: Principio de funcionamiento de la unión Rzeppa.

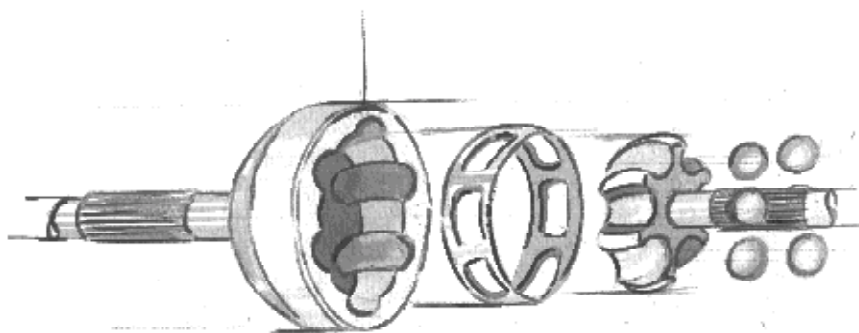


Figura 3.11: Vista “explotada” de la unión Rzeppa.

En la Figura 3.10 se muestra la posición de las esferas E_1 , E_2 y E_3 en las situaciones de ejes coaxiales y ejes formando un determinado ángulo β . Cuando los ejes son coaxiales, los centros de las tres esferas están sobre una línea. La distancia entre los centros de E_2 (O_2) y E_1 (O_1) es Δ , y la distancia entre los centros de E_1 y E_3 (O_3) es también Δ . En esta posición, las bolas están contenidas en el plano bisectriz de los ejes, esto es, en un plano perpendicular a los ejes que pasa por O_1 . En la Figura se muestran dos bolas, una con centro en B y otra con centro en b . Cuando los ejes giran entre sí un determinado ángulo β , se tiene una nueva posición relativa de los centros de las esferas E_1 , E_2 y E_3 . El giro se produce necesariamente sobre la esfera común E_1 , por tanto, el segmento $\overline{O_1O_3}$ pasa a la posición $\overline{O_1O'_3}$, la esfera E_3 gira alrededor de O_1 hasta la posición E'_3 , y la distancia $\overline{O_1O'_3}$ continúa siendo Δ . La bola con centro en B ya no cabe en la posición original, y es arrastrada por la esfera E_3 hasta su nueva posición con centro en B' . La bola arrastra en su movimiento al anillo portabolas que, a su vez, arrastra a la bola con centro en b hasta su nueva posición con centro en b' . Se puede comprobar que el nuevo plano de bolas (el que pasa por B' , O_1 , y b') ha girado un ángulo $\beta/2$ y, por tanto, continúa siendo perpendicular a $\overline{O_2O'_3}$. Los puntos de contacto se mantienen en la bisectriz, y la transmisión es homocinética.

En la Figura 3.11 se muestra una vista explotada de la junta. El montaje de las piezas requiere seguir unos pasos y movimientos determinados. El anillo se puede colocar sobre la esfera E_3 aprovechando los agujeros para salvar las líneas de mayor diámetro. Las bolas se colocan en sus agujeros sin ningún problema. Este subconjunto no puede entrar en la esfera envolvente, a menos que ésta tenga un rebaje completado por un circlip (no mostrado en la Figura). El conjunto montado puede absorber esfuerzos longitudinales sin necesidad de carcasa.

3.2 Diferenciales

Las ruedas interiores y exteriores de un automóvil giran a distinta velocidad cuando el vehículo describe una curva. En los primeros vehículos, la tracción se hacía exclusivamente a una rueda para permitir que las demás girasen locas a la velocidad adecuada. Pronto se detectó que la transmisión a una sola rueda influye muy negativamente en la capacidad de tracción y en el comportamiento direccional del automóvil. Se introdujo la tracción a dos ruedas de un mismo eje gracias a un mecanismo diferencial que obliga a que los pares en las dos ruedas del eje tengan el mismo valor, con independencia de la velocidad de giro de cada una.

Cuando en un vehículo se transmite el par a una fracción de las ruedas encargadas de soportar la carga vertical, se está limitando, innecesariamente, el esfuerzo máximo de tracción que se puede ejercer. Este problema es de especial interés en el caso de vehículos industriales en donde el número de apoyos puede ser elevado, y el cociente entre número de apoyos motrices y el número de apoyos totales no debiera ser muy bajo.

En el caso de vehículos turismo también se incurre en una limitación de la tracción máxima al transferir la potencia a un único eje. En estos casos, además, se modifica el comportamiento dinámico lateral del vehículo. El comportamiento direccional de un vehículo con tracción al eje delantero es distinto del que tiene un vehículo con tracción trasera o a las cuatro ruedas. La elección de uno u otro sistema introduce variedad en el mercado de automóviles. La existencia de una fuerza longitudinal en los neumáticos delanteros hace crecer el ángulo de deriva en este eje, lo cual tiende a aumentar el carácter subvirador del vehículo. Análogamente, la tracción trasera contribuye a aumentar el carácter sobrevirador del automóvil. Un vehículo con tracción a las cuatro ruedas tiene una contribución subviradora debida a la tracción delantera y, a la vez, una contribución sobreviradora consecuencia de la fracción de tracción trasera. Esto quiere decir que la contribución de la tracción al comportamiento final puede ser más cercana a la neutra que en otro tipo de transmisiones. El comportamiento final está influenciado por numerosos factores.

Los sistemas de transmisión a dos o más ejes necesitan de diferenciales en cada una de las bifurcaciones de la potencia. Para transmitir potencia a cuatro apoyos, por ejemplo, se necesitan tres diferenciales. Uno para repartir entre los dos ejes, y uno por eje para repartir entre los apoyos de cada uno. Para distribuir la potencia a seis apoyos se necesitan cinco diferenciales. Uno para repartir entre uno de los ejes y los otros dos, otro para repartir entre estos dos últimos, y uno por eje para repartir entre los apoyos de cada uno.

La posible diferencia de velocidad (instantánea y media) entre ejes es consecuencia de los siguientes factores:

1. La irregularidad vertical de la carretera hace que los ejes estén, en cada instante, recorriendo un perfil distinto y que, por tanto, sus velocidades de rotación instantáneas sean diferentes.
2. Los ejes describen trayectorias distintas cuando el vehículo está trazando una curva. Sólo en el caso en que el centro instantáneo de rotación del vehículo esté en la línea “bisectriz” entre ejes se tendrían trayectorias iguales. En el caso general, la trayectoria del eje posterior está desviada respecto de la del eje anterior y, por tanto, las velocidades medias de ambos ejes no coinciden.
3. Los radios efectivos de rodadura de los neumáticos no coinciden. Esto puede ser

debido a una serie de factores como:

- (a) Distribución desigual de la carga
- (b) Transferencia de carga en aceleración y frenado
- (c) Tipo de construcción del neumático
- (d) Nivel de desgaste de la banda de rodadura
- (e) Presión de inflado

La no existencia de un diferencial obliga a absorber estas variaciones de velocidad como deformación de torsión en los ejes de la transmisión. Cuando la energía de deformación almacenada alcanza un determinado valor se libera mediante el deslizamiento instantáneo de uno de los apoyos. Esto, además de cargar innecesariamente el sistema, acelera el proceso de desgaste de los neumáticos. Sin embargo, muchos diferenciales cuentan con un sistema de bloqueo para impedir la pérdida total de tracción a causa de la desaparición de ésta en un solo apoyo.

3.2.1 Diferenciales Ordinarios

En la Figura 3.12 se muestra una sección de un grupo cónico con diferencial ordinario. El grupo cónico modifica (en 90°) la dirección del par. Esto es necesario en los vehículos cuyo motor tiene el cigüeñal dispuesto en dirección longitudinal. El grupo cónico está formado por el piñón de ataque (rueda cónica) unido al árbol de la transmisión, y la corona unida al portasatélites del diferencial. El diferencial es un tren epicicloidal degenerado. La corona del diferencial tiene el mismo diámetro que el planeta. Los satélites tendrían diámetro nulo si se quiere mantener el tallado interior de la corona y exterior del planeta. Sin embargo, es posible tallar ambas piezas (el “planeta” y la “corona”) como ruedas cónicas idénticas con dentado exterior, y colocar entre ellas satélites cónicos. En esta disposición no suele hablarse de planeta y corona, sino de piñones izquierdo y derecho. Cada piñón entrega el par a través de un palier.

Los satélites pueden girar libremente alrededor de su eje. Si se desprecia el momento de inercia del satélite se tiene que, por equilibrio, las fuerzas circunferenciales que éste ejerce sobre cada uno de los piñones de salida son iguales y, por tanto, los momentos transmitidos a cada palier también lo son. Si las velocidades de los dos paliers coinciden, los satélites no giran respecto de su eje. Si, por el contrario, las velocidades son distintas, se tiene una rotación que se superpone al giro orbital. Esta rotación (sin inercia al giro apreciable) no afecta al equilibrio de momentos en los piñones de salida que siguen teniendo el mismo valor.

Lo anterior puede comprobarse planteando el equilibrio de fuerzas en los dientes de los satélites y piñones o, si se prefiere, se puede hacer el siguiente análisis. El diferencial es un tren epicicloidal en el que $\mu = -1$ (ver la Sección 2.1.1). La ecuación de Willis (Ec. 2.8) para un tren de este tipo se escribe:

$$\frac{1}{2}(\omega_d + \omega_i) = \omega_s \quad (3.8)$$

donde se ha llamado $\omega_d = \omega_p$ y $\omega_i = \omega_c$ para señalar que el planeta y la corona se han convertido en piñones de salida izquierdo y derecho. La ecuación 3.8 indica que el portasatélites gira, en cualquier situación, a la velocidad media de las velocidades de los

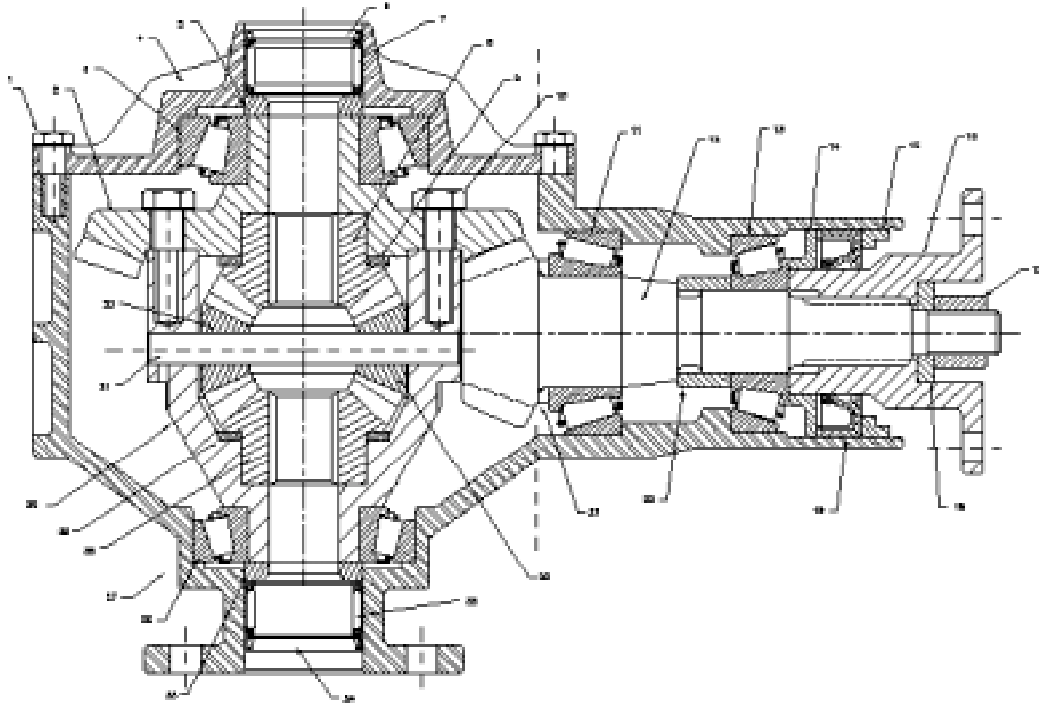


Figura 3.12: Grupo cónico y diferencial ordinario.

paliers izquierdo y derecho. Cuando estas dos últimas velocidades coinciden, el conjunto no experimenta movimientos relativos. Si se admite que el rendimiento del diferencial es la unidad, la potencia que entra por el portasatélites debe ser igual a la suma de las que salen por los paliers:

$$T_s \omega_s = T_i \omega_i + T_d \omega_d \quad (3.9)$$

El equilibrio del diferencial obliga a que:

$$T_s = T_d + T_i \quad (3.10)$$

siempre que se desprecien los pares de inercia o se tengan condiciones estacionarias. Introduciendo las relaciones 3.8 y 3.10 en la ecuación 3.9, se tiene:

$$T_i = T_d \quad (3.11)$$

La ecuación 3.11 indica que un diferencial ordinario reparte el par de entrada, al 50%, entre los dos paliers de salida, permitiendo, al mismo tiempo, diferencias de velocidades entre estos paliers.

La ventaja de mantener los pares equilibrados para cualquier velocidad de giro puede convertirse en inconveniente en algunas circunstancias. En efecto, si por alguna razón una de las ruedas del eje pierde adherencia, se tiene que el momento en esta rueda cae a valores cercanos a cero y, por tanto, el de la otra rueda del eje también se hace nulo, con independencia del nivel de adherencia en esta rueda. La rueda sin adherencia comienza a

girar loca y la otra se queda sin par de tracción. Este problema es de especial importancia en vehículos todoterreno que circulan por superficies en las que es fácil encontrar valores muy dispares del coeficiente de rozamiento aprovechado en cada rueda. Para solucionarlo existen mecanismos de bloqueo y seudobloqueo. Uno de los más simples consiste en un cerrojo que, accionado por una palanca o por un circuito hidráulico o neumático, hace solidarios uno de los piñones con el portasatélites. Esta ligadura hace que todo el diferencial gire como un único cuerpo a la misma velocidad. La posibilidad de diferencia de velocidades se pierde y, con ella, se pierde la igualdad de los pares de salida. Si una rueda pierde tracción, todo el par se dirige a la otra rueda del eje.

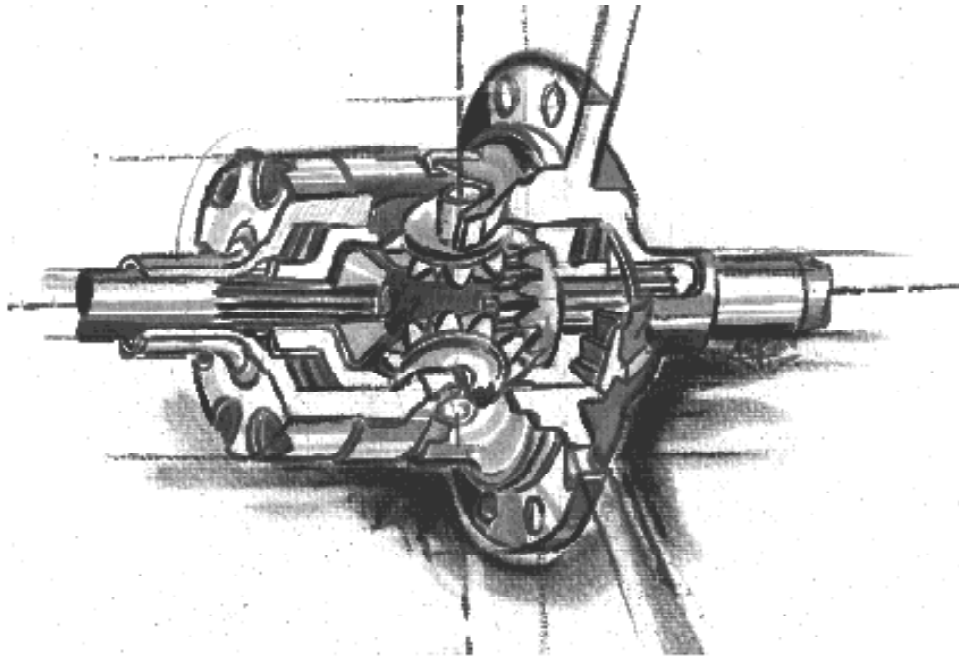


Figura 3.13: Diferencial ordinario coaxial.

En la Figura 3.13 se muestra un diferencial ordinario en el que el eje de entrada y los dos de salida son coaxiales. Este diferencial no necesita grupo cónico. Se puede utilizar en transmisiones delanteras en las que el cigüeñal es transversal al vehículo. O bien como diferencial central en transmisiones a las cuatro ruedas. O bien como diferencial de reparto en ejes múltiples de vehículos industriales.

3.2.2 Diferencial Epicicloidal

Un tren de engranajes epicicloidal permite dividir el par a la vez que acomodar diferencias de velocidad en cada una de las dos salidas. El mecanismo es, por tanto, un sistema diferencial. El reparto de momento no es 50/50 en este caso, de ahí que no se use como diferencial entre ruedas de un eje, sino como diferencial central en transmisión a más de un eje.

Considerese el tren epicicloidal de la Figura 2.5. La entrada de potencia se hace a

través del plato portasatélites. Este movimiento arrastra a la corona y a la rueda central. Los dos pares de salida se toman directamente de estas ruedas. Al igual que ocurre en diferenciales ordinarios, sólo se tiene giro de los satélites sobre su propio eje cuando las velocidades de estas dos ruedas son distintas. Las fuerzas circunferenciales que los dientes de los satélites ejercen sobre corona y planeta son la misma si se desprecia el momento de inercia de los primeros. La relación de momentos es, entonces, el cociente entre los diámetros de la corona y el planeta.

Para obtener el reparto de pares se seguirá un procedimiento análogo al utilizado en la sección anterior. Las ecuaciones de Willis, de equilibrio, y de balance de potencias, se escriben:

$$\omega_c = \mu_s \omega_p + (1 - \mu_s) \omega_s \quad (3.12)$$

$$T_s = T_c + T_p \quad (3.13)$$

$$T_s \omega_s = T_c \omega_c + T_p \omega_p \quad (3.14)$$

Introduciendo las dos primeras en la última, se tiene:

$$T_c = \frac{1}{1 - \mu} T_s \quad (3.15)$$

$$T_p = \frac{-\mu}{1 - \mu} T_s \quad (3.16)$$

$$T_p = -\mu T_c \quad (3.17)$$

Las ecuaciones anteriores indican que un diferencial epicicloidal reparte el par de entrada, en la proporción $[1 : (-\mu)]$, entre los dos paliers de salida, permitiendo, al mismo tiempo, diferencias de velocidades entre estos paliers.

En la Figura 3.14 se muestra un diferencial epicicloidal utilizado como diferencial central en un vehículo de tracción a las cuatro ruedas. El árbol que proviene de la caja de cambios entra por el interior del dispositivo hasta unirse con el portasatélites. La salida hacia el eje trasero se toma de la corona y es coaxial con el eje de entrada. La salida hacia el eje delantero se toma del planeta. En este caso, la corona tiene un diámetro doble que el planeta, el valor de μ es entonces -0.5 , 67% del par se dirige al eje trasero, frente al 33% que se transmite al delantero. Es interesante notar que la conexión entre el planeta y este eje de salida (paralelos) se hace a través de una cadena (Fig. 3.14) para que la dirección de rotación sea la misma. Otra solución es, obviamente, disponer de una rueda loca auxiliar. En el ejemplo de la Figura se tiene un acoplamiento viscoso que hace las veces de pseudo-bloqueo cuando la diferencia de velocidades es grande. En la Figura 3.15 se muestran perspectivas del portasatélites, y del acoplamiento viscoso. El funcionamiento de este tipo de acoplamientos se estudia a continuación.

3.2.3 Acoplamientos Viscosos

Se puede transmitir un par entre dos discos a poca distancia si se interpone un fluido viscoso y existe una diferencia de velocidades de giro entre los discos. En efecto, un fluido viscoso puede transmitir tensiones tangenciales si existe un gradiente de velocidades. Este gradiente es el proporcionado por la diferencia de velocidades de los discos. El momento transmitido aumenta monótonamente con la diferencia de velocidades.

Sean dos discos enfrentados, paralelos, separados una distancia d , y bañados por un fluido viscoso. La velocidad angular de uno de los discos es ω_1 , mientras que la del otro

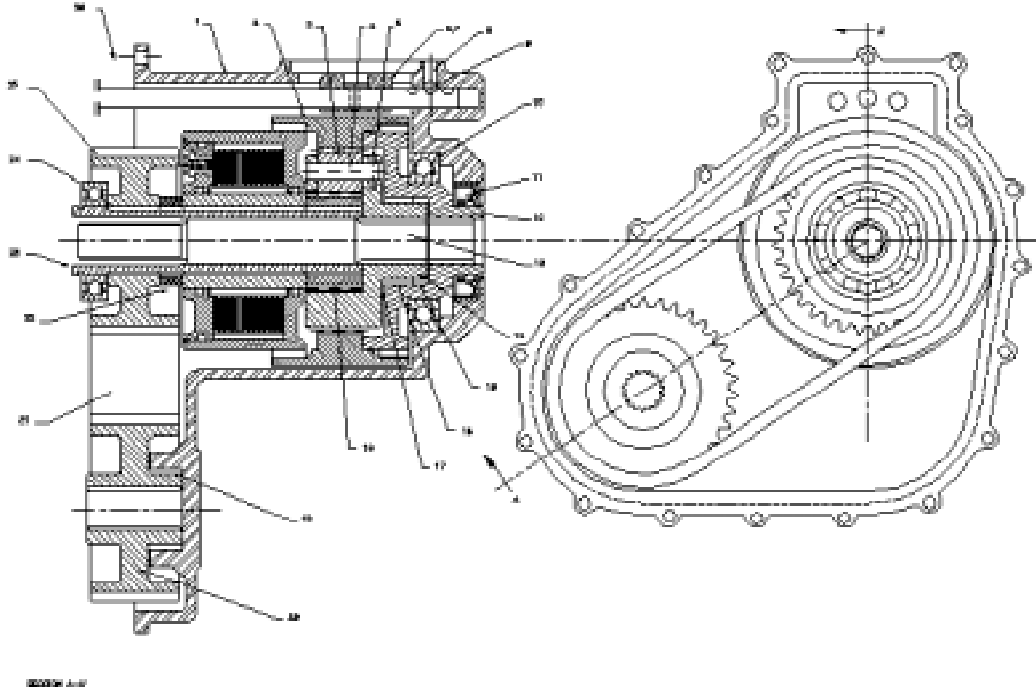


Figura 3.14: Diferencial epicicloidal (divisor de par).

es $\omega_2 < \omega_1$. Es posible obtener una primera aproximación (aunque quizás algo burda) del par transmitido entre los dos discos despreciando la componente centrífuga de esfuerzos y velocidades. En este caso, la corriente en cada tambor circular imaginario de radio r puede considerarse una corriente de Couette. La velocidad de los puntos del tambor en contacto con el disco 1 es $\omega_1 r$, y la de los puntos del tambor en contacto con el disco 2 es $\omega_2 r$. La velocidad del resto de puntos del tambor es lineal entre estos dos valores. La tensión tangencial (τ) en cada punto del fluido es:

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\mu}{d} (\omega_1 - \omega_2) r \quad (3.18)$$

donde y es una coordenada perpendicular a los discos, y μ es el coeficiente de viscosidad. El par transmitido (T) es la integral de las tensiones en uno cualquiera de los discos:

$$T = \int_0^{2\pi} \int_0^R \tau r \, dr \, r \, d\theta = \frac{\pi \mu R^4}{2d} (\omega_1 - \omega_2) \quad (3.19)$$

Definiendo el deslizamiento entre los discos (s) de la misma manera en que se definió el deslizamiento entre bomba y turbina de un acoplamiento hidráulico (Ec. 2.77), se tiene:

$$T = \frac{\pi \mu R^4}{2d} \omega_1 s \quad (3.20)$$

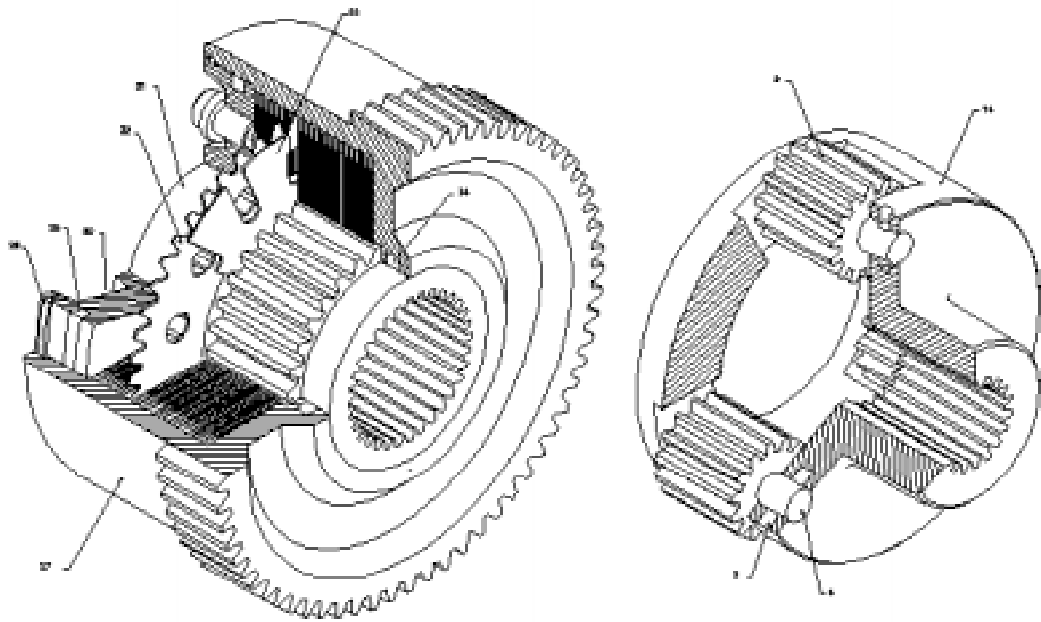


Figura 3.15: Seudobloqueaje mediante acoplamiento viscoso.

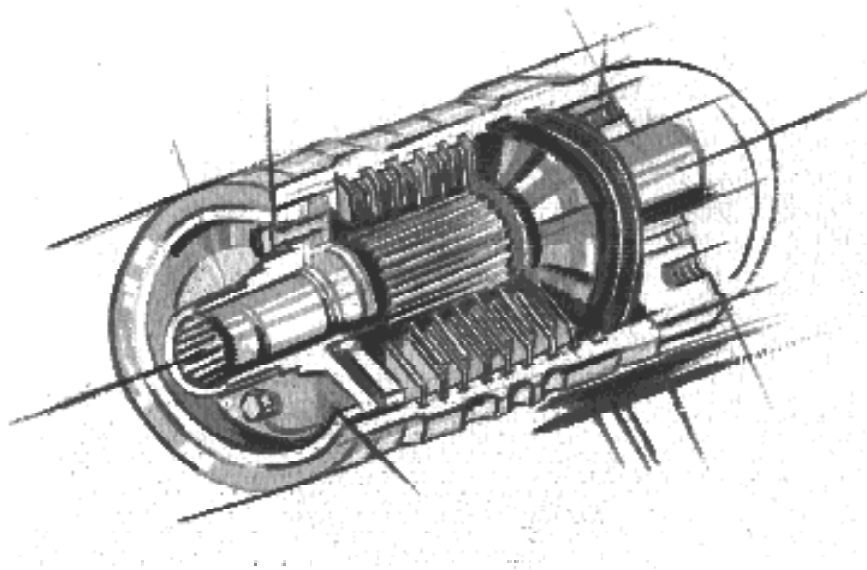


Figura 3.16: Acoplamiento viscoso.

En un acoplamiento viscoso real, como el de la Figura 3.16 o el mostrado en la Figura 3.15, se tiene un número elevado de discos intercalados. El eje de entrada arrastra a n discos. Entre cada dos de estos discos se coloca otro unido al eje de salida, y el dispositivo se cierra con dos tapaderas unidas también al eje de salida. El número de

caras activas (bañadas con fluido) en cada eje es $2n$, y el par transmitido es:

$$T = \frac{n\pi\mu R^4}{d} \omega_1 s \quad (3.21)$$

Esta expresión permite obtener un orden de magnitud del par transmitido para cualquier combinación de velocidad de entrada y de salida. Sin embargo, el par real difiere del anterior por varias razones:

- La componente centrífuga de esfuerzos y velocidades no es despreciable.
- El calor generado en el acoplamiento hace aumentar la temperatura con lo que el coeficiente de viscosidad disminuye. El par transmitido depende entonces de las velocidades y del tiempo.
- Los discos no son lisos sino que, como se muestra en las Figuras 3.16 y 3.15, están recortados para aumentar la transmisión de fuerzas.

Los acoplamientos se están usando para distintas aplicaciones en automoción. Una de ellas es, como se ha comentado, la de servir de pseudo-bloqueo en diferenciales ordinarios (Fig. 3.15). Cuando el diferencial trabaja en recta o en curva se tienen sólo pequeñas diferencias de velocidad entre cualquiera dos piezas de las tres que forman el diferencial (corona, planeta y portasatélites, en el caso de diferenciales epicicloidales, o portasatélites y dos piñones de salida, en el caso de diferenciales ordinarios). Sólo cuando una rueda pierde adherencia, se tienen diferencias sustanciales de velocidad. Si se interpone un acoplamiento viscoso entre cualquiera dos piezas del dispositivo, se consigue mantener el efecto diferencial para diferencias de velocidades bajas y, por el contrario, transmitir un par a la rueda que permanece con tracción en el caso de que la diferencia de velocidades sea mayor.

Sea, por ejemplo, un diferencial ordinario, utilizado para distribuir al 50% entre las dos ruedas de un eje. La rueda izquierda gira a la velocidad ω_i y ofrece un par resistente T_i , mientras que la rueda derecha gira a ω_d y se resiste con T_d . El portasatélites y el piñón izquierdo se conectan mediante un acoplamiento viscoso. En este caso, el par que se transmite desde el portasatélites al piñón de salida izquierdo a través del acoplamiento es:

$$T = \lambda(\omega_s - \omega_i) \quad (3.22)$$

donde λ se toma de la expresión 3.21 ($\lambda = n\pi\mu R^4/d$), o se mide experimentalmente. Planteando el equilibrio de momentos en los satélites se tiene que:

$$T_i = T_d + \lambda(\omega_s - \omega_i) \quad (3.23)$$

o bien:

$$T_d = \frac{1}{2}T_s - \frac{\lambda}{2}(\omega_s - \omega_i) \quad (3.24)$$

$$T_i = \frac{1}{2}T_s + \frac{\lambda}{2}(\omega_s - \omega_i) \quad (3.25)$$

Si se pierde tracción, por ejemplo, en la rueda izquierda ($T_i \downarrow$), ésta se acelera ($\omega_i \uparrow$), en cuyo caso $\omega_s < \omega_i$ (puesto que $\omega_s = (\omega_i + \omega_d)/2$) y, por tanto, $T_d > T_s/2$, es decir, la rueda que se mantiene con capacidad de tracción recibe más par.

Los acoplamientos viscosos se usan también como diferenciales centrales en vehículos con tracción no permanente a las cuatro ruedas. En condiciones normales, la diferencia de velocidades entre la entrada y la salida del diferencial es muy pequeña, y el par transmitido al eje trasero despreciable. El vehículo se comporta como uno de tracción delantera. Sin embargo, cuando se supera la capacidad de tracción de las ruedas delanteras y comienzan a patinar, se tienen diferencias de velocidad considerables en el acoplamiento viscoso y parte del par se transfiere a las ruedas traseras.

3.2.4 Diferencial Torsen

El diferencial Torsen (Torque Sensing) es un mecanismo diferencial que se basa en utilizar satélites y piñones con dentado helicoidal. Estos engranajes tienen rendimientos mecánicos bajos. Esto, unido a la configuración especial del diferencial, dificulta la transmisión de par al palier que se acelera y, por tanto, se transite más par al palier lento. Si se pierde tracción en una de las ruedas (caso de diferencial de eje) o en uno de los ejes (caso de diferencial central), no se pierde totalmente la tracción. El palier lento recibe una fracción mayor de par.

Rendimiento Mecánico en un Engranaje Helicoidal a 90°

En la Figura 3.17 se muestra un esquema de engranaje helicoidal a 90° que conecta los ejes 1 y 2. La línea que forma un ángulo β con la horizontal representa la dirección del diente que está engranado. El ángulo β es, por tanto, el ángulo de hélice del dentado. Las flechas indican las direcciones positivas de giros y momentos. Si la rueda 1 arrastra a la 2 con un giro positivo, se tiene que $T_1 > 0$, $\omega_1 > 0$, $T_2 < 0$, $\omega_2 > 0$, siendo T_i ($i = 1, 2$) el par, y ω_i ($i = 1, 2$) la velocidad angular.

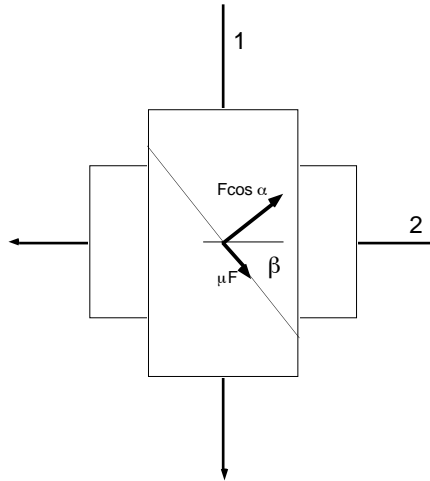


Figura 3.17: Fuerzas de conatcto en los dientes de un engranaje helicoidal.

La fuerza normal que el diente de la rueda 1 ejerce sobre el de la rueda 2 es F . El rozamiento en el contacto entre dientes genera una componte tangencial de valor μF . Esta fuerza tiene dirección contraria al deslizamiento relativo. Este deslizamiento tiene

componentes según las dos direcciones marcadas en la figura. Sin embargo, en primera aproximación, se puede considerar longitudinal al diente como se muestra en la Figura 3.17. Para obtener la componente de F sobre un plano paralelo a los dos ejes, es necesario multiplicarla por el coseno del ángulo de empuje correspondiente al perfil de diente utilizado. Las dos componentes μF y $F \cos \alpha$ contribuyen a transmitir o equilibrar los pares en los ejes:

$$T_1 = (\mu F \cos \beta + F \cos \alpha \sin \beta) R_1 \quad (3.26)$$

$$T_2 = (\mu F \sin \beta - F \cos \alpha \cos \beta) R_2 \quad (3.27)$$

El rendimiento mecánico directo se define como:

$$\eta = \frac{-T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} \quad (3.28)$$

Introduciendo la relación de velocidades de las ruedas:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} \tan \beta \quad (3.29)$$

y las expresiones de los momentos dadas en 3.26 y 3.27, se tiene:

$$\eta = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \mu \sin \beta}{\cos \alpha \sin \beta + \mu \cos \beta} \tan \beta \quad (3.30)$$

El rendimiento inverso es el que se tiene en la transmisión de par desde la rueda 2 a la 1. Para obtenerlo basta sustituir el ángulo β por $\pi/2 - \beta$ en la expresión 3.30:

$$\eta = \frac{\cos \alpha \sin \beta - \mu \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \mu \sin \beta} \frac{1}{\tan \beta} \quad (3.31)$$

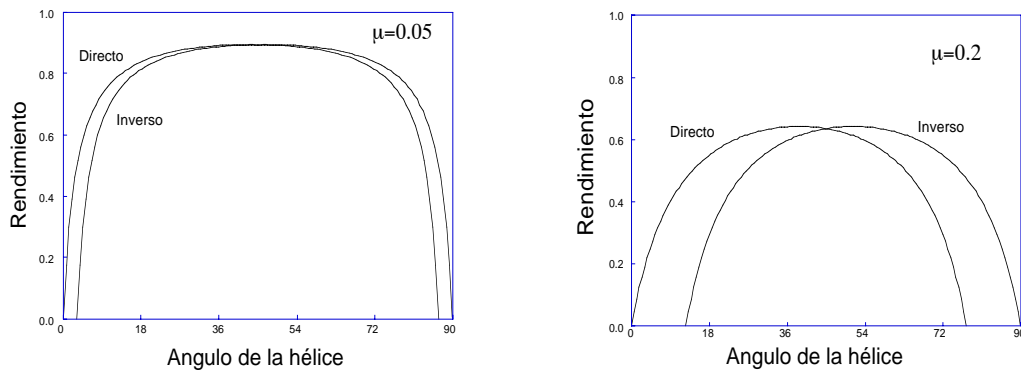


Figura 3.18: Rendimiento mecánico en engranajes helicoidales.

En la Figura 3.18 se muestra el valor de las expresiones 3.30 y 3.31 para dos valores distintos del coeficiente de rozamiento. Se observa que para ángulos de hélice inferiores a $\arctan \mu$ se anula el rendimiento inverso, mientras que para ángulos superiores a $\pi/2 - \arctan \mu$ se anula el directo. Para ángulos grandes, aunque inferiores a $\pi/2 - \arctan \mu$, se tiene mucho peor rendimiento directo que inverso. Los satélites en diferenciales Torsen tienen ángulos de hélices grandes.

Configuración del Diferencial Torsen

En la figura 3.19 se muestra la sección de un diferencial Torsen con grupo cónico. Se aprecian los piñones de salida con dentado helicoidal. En la figura 3.20 puede verse una perspectiva de los satélites engranando con los piñones de salida. Los satélites están constituidos por dos ruedas helicoidales conectadas entre sí por engranajes rectos. Esta configuración permite que las velocidades relativas de cada uno de los piñones de salida respecto del portasatélites sean iguales y de signo contrario. Por tanto, desde el punto de vista cinemático, el diferencial Torsen se comporta de la misma manera en que lo hacía el diferencial ordinario (Ec. 3.8).

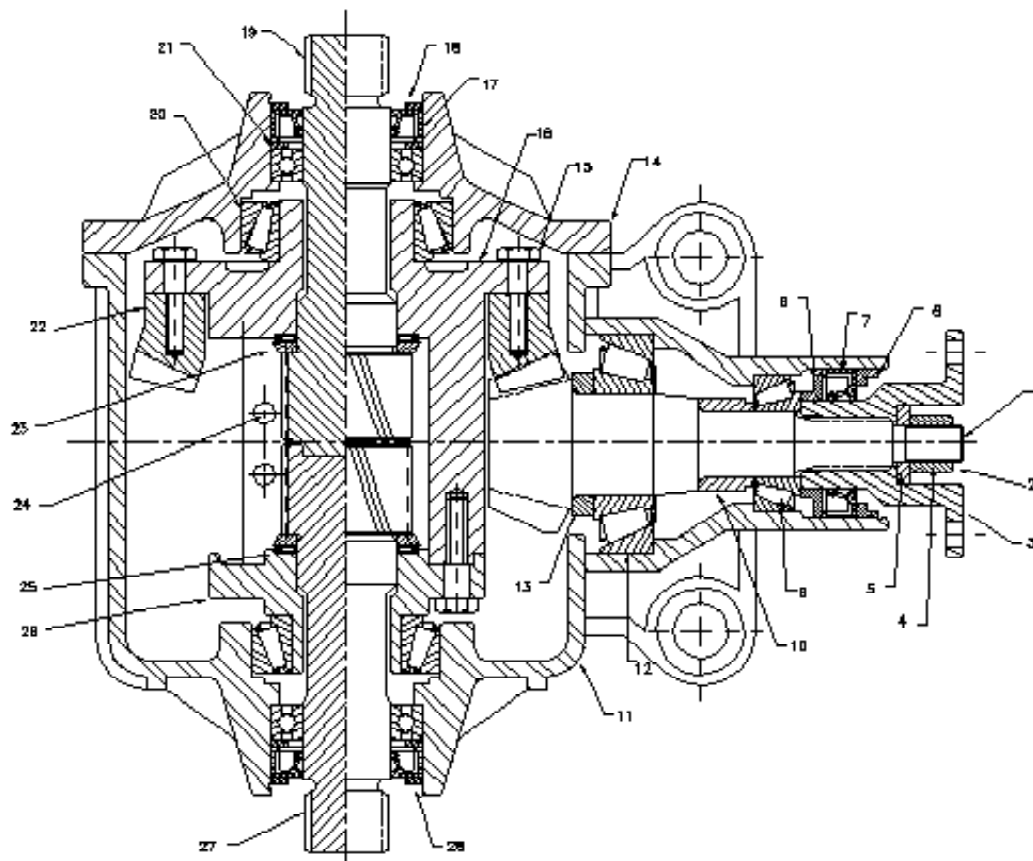


Figura 3.19: Sección del diferencial Torsen.

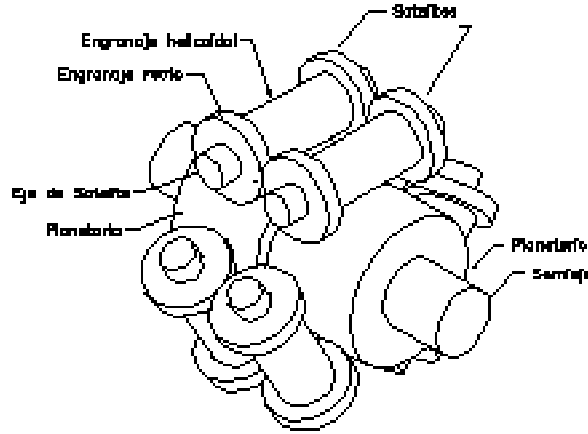


Figura 3.20: Satélites y piñones de un diferencial Torsen.

El funcionamiento en línea recta es también igual al de un diferencial ordinario. La corona arrastra a los satélites, estos no giran respecto de su eje pero transmiten una fuerza circunferencial a los dientes de los piñones de salida que los hace girar con la misma velocidad. Todo el diferencial se mueve solidario. Cuando el vehículo describe una curva existe una diferencia de velocidades entre la rueda exterior y la interior. El diferencial es capaz de acomodar esta diferencia de tal manera que la media de velocidades $(\omega_i + \omega_e)/2$ coincida con la velocidad de giro del portasatélites y, por tanto, se cumple la condición cinemática anterior. La rueda exterior gira más rápido que la corona con lo que el piñón exterior arrastra a su satélite haciéndolo girar sobre su propio eje. Análogamente la rueda interior gira más despacio que la corona, el piñón interior arrastra a su satélite haciéndolo girar sobre su eje en sentido contrario al de la rueda exterior. El engranaje entre estos satélites (ver Fig. 3.20) obliga a que la relación de velocidades sea la indicada.

Reparto del Par en el Diferencial Torsen

Para obtener el reparto de par entre los dos piñones de salida del Torsen se analizarán las fuerzas sobre los dientes de los satélites en el caso en el que el piñón derecho gira más rápido que el izquierdo ($\omega_d > \omega_s > \omega_i$). En la Figura 3.21 se indican las fuerzas sobre el diente engranado de un par de satélites. Estas fuerzas producen, sobre los ejes de los satélites, los siguientes pares:

$$T_{sd} = F_d \cos \alpha \sin \beta + F_d \mu \cos \beta \quad (3.32)$$

$$T_{si} = F_i \cos \alpha \sin \beta - F_i \mu \cos \beta \quad (3.33)$$

Sin embargo, los satélites están montados sobre rodamientos, por tanto, estos pares deben equilibrarse entre sí antes de llegar al apoyo: en el engranaje recto. Para ello: $T_{sd} = T_{si}$, con lo que:

$$F_i = F_d \frac{\cos \alpha \sin \beta + \mu \cos \beta}{\cos \alpha \sin \beta - \mu \cos \beta} \quad (3.34)$$

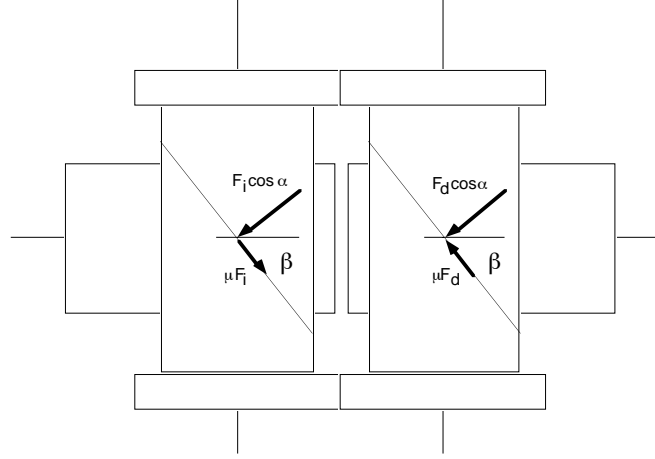


Figura 3.21: Fuerzas de contacto entre satélites y piñones de salida.

Las fuerzas sobre los dientes de los piñones de salida son las inversas de la indicadas en la Figura 3.21, y son las encargadas de equilibrar los pares resistentes a izquierda (T_i) y derecha (T_d). De manera que:

$$T_d = F_d R (\cos \alpha \cos \beta - \mu \sin \beta) \quad (3.35)$$

$$T_i = F_i R (\cos \alpha \cos \beta + \mu \sin \beta) \quad (3.36)$$

Teniendo en cuenta la relación entre las fuerzas F_i y F_d dada por 3.34, y el equilibrio global del diferencial ($T_s = T_i + T_d$), se tiene:

$$T_d = \frac{T_s}{2} \left(1 - \frac{\mu \cos \alpha}{\sin \beta \cos \beta (\mu^2 + \cos^2 \alpha)} \right) \quad (3.37)$$

$$T_i = \frac{T_s}{2} \left(1 + \frac{\mu \cos \alpha}{\sin \beta \cos \beta (\mu^2 + \cos^2 \alpha)} \right) \quad (3.38)$$

Estas expresiones indican que la rueda más lenta recibe más par. Por tanto, cuando una rueda pierde tracción y se acelera, la que permanece con niveles altos de tracción recibe una proporción mayor de par. Se evita así la pérdida total de tracción.

Un diferencial Torsen en el que el coeficiente de rozamiento fuera próximo a cero funcionaría de manera idéntica a un diferencial ordinario. Las expresiones 3.37 y 3.38 se reducen a $T_i = T_s/2$ y $T_d = T_s/2$ para $\mu = 0$.

Capítulo 4

Transmisión Continuamente Variable

4.1 Transmisión Mecánica Continuamente Variable

Las cajas de cambio con un número discreto de relaciones de transmisión no se corresponden con la situación ideal. En la sección 1.4 se discutieron las ventajas de disponer de infinitas relaciones con variación continua. Sin embargo, el carácter rígido de la transmisión mecánica no facilita el diseño de sistemas de este tipo. En esta sección se discuten algunos de los diseños utilizados.

4.1.1 Sistemas de Rodillos

La Figura 4.1 muestra un sistema formado por dos conos y un rodillo intermedio. Los conos giran entorno a ejes paralelos y tienen el mismo ángulo. Por tanto, siempre están efrentados por dos aristas paralelas. Entre estas dos aristas se interpone un rodillo que hace contacto con los dos conos. El rodillo se puede desplazar a lo largo de su eje. El contacto se mantiene en cualquier posición del rodillo. La potencia se transmite por fricción del cono conductor al rodillo, y de éste al cono conducido. La relación de transmisión se varía de manera continua desplazando el rodillo intermedio. Si en la Figura 4.1 se supone que el cono superior es el conductor, y el cono inferior el conducido, entonces la menor relación de transmisión se obtiene con el rodillo en el extremo izquierdo. Al desplazar el rodillo hacia la derecha, aumenta el radio del conductor y disminuye, en la misma magnitud, el radio del conducido. La relación de transmisión aumenta. La máxima se obtiene cuando el rodillo alcanza su extremo derecho.

El diseño es de una gran sencillez. Los movimientos necesarios para modificar la relación son de una gran simplicidad. Sin embargo, el sistema presenta el inconveniente fundamental de la transmisión de potencia por fricción: el par máximo es muy reducido. El sistema sólo es válido para potencias bajas. Además, el sistema presenta frotamientos grandes que multiplican las pérdidas térmicas. En efecto, la rodadura pura del rodillo sobre los conos no es posible. El giro del rodillo sobre un cono requiere que, en cada revolución, una de sus caras recorra mayor perímetro que la opuesta. Esto no es posible sin la aparición de deslizamientos o seudodeslizamientos. La única manera de minimizar el problema es reducir el espesor del rodillo, pero esto limita su resistencia mecánica.

En la Figura 4.2 se muestra un sistema basado en los mismos principios pero con

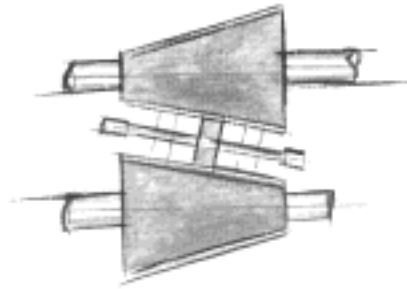


Figura 4.1: Ruedas cónicas.

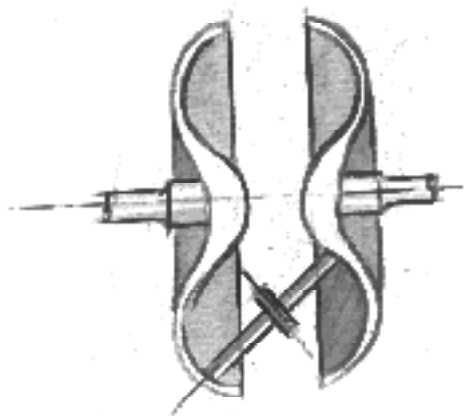


Figura 4.2: Ruedas toroidales.

geometría diferente. Se trata de un toro dividido en dos secciones unidas al eje conductor, una, y al conducido, la otra. Entre los semitoros se dispone un rodillo de transmisión que hace contacto con los dos. El eje del rodillo puede bascular para variar la relación de transmisión. El funcionamiento es idéntico al dispositivo de conos. En efecto, el contacto se mantiene en cualquier posición del rodillo. La potencia se transmite por fricción del semitoro conductor al rodillo, y de éste al semitoro conducido. La relación de transmisión varía de manera continua basculando el rodillo intermedio. Si en la Figura 4.2 se supone que el semitoro izquierdo es el conductor, y el semitoro derecho el conducido, entonces la menor relación de transmisión se obtiene con el rodillo en su posición más avanzada en la dirección de las agujas del reloj. Al bascular el eje del rodillo en dirección contraria a las agujas del reloj, aumenta el radio del conductor y disminuye, en la misma magnitud, el radio del conducido. La relación de transmisión aumenta. La máxima se obtiene cuando el rodillo alcanza su posición más avanzada en la dirección contraria a las agujas del reloj.

Los inconvenientes son también similares a los comentados para el dispositivo de conos. Las únicas diferencias estarán en el mecanismo de control de la posición del rodillo.

4.1.2 Transmisiones Van Doorne

Las transmisiones tipo Van Doorne (Figura 4.3) se basan en poleas unidas por correas de sección trapezoidal. Las caras internas de las poleas tienen el mismo ángulo que los flancos de la correa para aumentar el área de contacto. Las poleas se construyen con dos piezas que pueden acercarse o separarse entre sí.

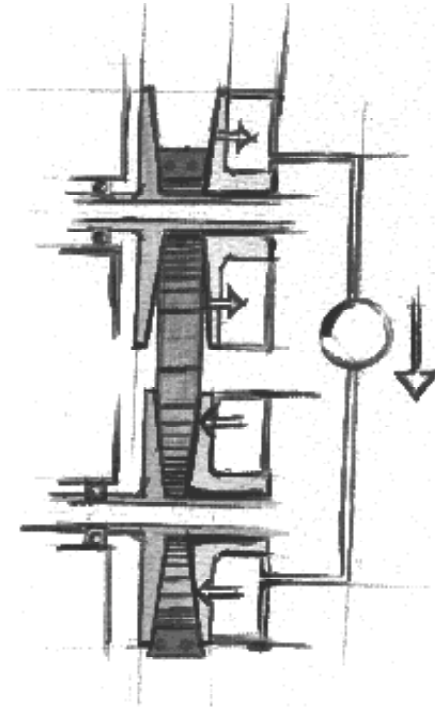


Figura 4.3: Correa con poleas de diámetro variable. Accionamiento hidráulico.

Cuando las dos piezas que forman una polea se acercan entre sí, la correa se desplaza en dirección centrífuga para no ser estrangulada. Este desplazamiento, que requiere grandes esfuerzos axiales, e incluso puede ser imposible, cuando la polea no gira, ocurre de manera natural, con esfuerzos axiales muy reducidos, cuando gira. En este último caso, las secciones de correa que entran en la garganta cuando las caras se acercan, se acomodan rápidamente a la nueva geometría. Algo parecido ocurre, aunque con las diferencias obvias, en los cambios de marcha de bicicletas. Es imposible realizarlo con los pedales estacionarios, y bastante sencillo con los pedales girando.

La longitud de la correa es aproximadamente constante (salvo elongaciones elásticas), por tanto, el aumento del diámetro de apoyo en la polea conductora debe corresponderse con la disminución (en aproximadamente la misma cantidad) del diámetro de apoyo en la polea conducida. En la Figura 4.3 se muestra una transmisión Van Doorne como las utilizadas en algunos turismos de poca potencia. El movimiento axial de las caras de las poleas está controlado por una cámara de aceite. Las cámaras de las dos poleas están conectadas. El aceite que se extrae de la conductora se introduce en la conducida y, por tanto, el acercamiento de las caras de la primera se traduce en el alejamiento de las caras de la segunda. El control de la bomba y las válvulas encargadas del trasvase

puede hacerse mediante servomecanismos sencillos o, como es el caso de los turismos mencionados, mediante control electrónico. Si éste es el caso, la unidad de control recibe datos del motor y del vehículo para determinar la relación de transmisión apropiada. Esta relación está directamente relacionada con el volumen de aceite trasvasado.

La potencia transmitida por correas es proporcional a la diferencia de axil entre las dos ramas de la correa. El esfuerzo en la rama de “compresión” suele ser despreciable y, por tanto, no contribuye a la transmisión de potencia. Sin embargo, existen correas con chapitas metálicas transversales que admiten esfuerzos de compresión manteniendo una rigidez a flexión muy baja. La diferencia de axiles entre la rama a tracción y la rama, ahora sí, a compresión, es mayor, y la potencia transmitida también. Muchas transmisiones Van Doorne utilizan este tipo de correas.

Las motocicletas de poca potencia utilizan transmisiones de este tipo pero, en estos casos, la relación de transmisión se establece mediante un sencillo mecanismo centrífugo. La polea conductora tiene adosadas unas masas en disposición similar a la mostrada, para embragues semicentrífugos, en la Figura 2.18. La fuerza axial que acerca las caras de la polea está provocada por estas masas excéntricas. Esta fuerza crece, por tanto, con la velocidad angular del motor. La polea conducida tiende a mantener sus caras próximas mediante un muelle. A medida que la velocidad del motor crece, la polea conductora tira con mayor fuerza de la correa, ésta puede hacer frente a mayor fuerza del muelle, y abre la polea conductora. La relación de transmisión aumenta.

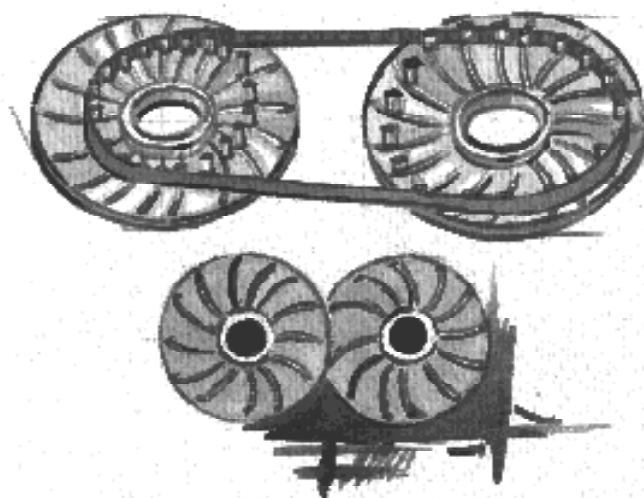


Figura 4.4: Cinta sobre rodillos de diámetro variable.

Existen transmisiones similares a las Van Doorne que hacen uso de correas sobre rodillos de diámetro variable. En la Figura 4.4 se muestra una transmisión de este tipo. La correa no se apoya sobre la garganta de una polea, sino sobre un tambor virtual formado por rodillos dispuestos entre dos platos. Los rodillos asientan sobre ranuras talladas en los platos. Estas ranuras no tienen dirección radial sino que están dotadas de curvatura como se muestra en la figura. La curvatura en uno de los platos está invertida respecto de la

del otro. Cuando se colocan los dos platos enfrentados se observan intersecciones entre las proyecciones de las ranuras enfrentadas. Estas intersecciones forman una circunferencia. Si se gira un plato respecto del otro, las intersecciones se desplazan en direcciones centrífuga o centrípeta, según el sentido del giro. Los rodillos asientan, con poca holgura, en estas ranuras. El giro relativo de los platos los desplaza radialmente. La transmisión se efectúa entre dos tambores de este tipo. La relación de transmisión varía al variar el diámetro de los tambores. De nuevo, la longitud de la correa es aproximadamente constante y, por tanto, el giro relativo de los platos del conductor debe estar sincronizado con el giro relativo de los platos del conducido.

4.1.3 Sistema Epilogics

La compañía Epilogics ha patentado un sistema de transmisión continuamente variable que no utiliza correas ni dispositivos de fricción. Se basa en la generación de giros oscilantes desfasados de amplitud controlable. Estos giros oscilantes se rectifican mediante embragues unidireccionales, y se suman mediante diferenciales a la salida. El desfase contribuye a suavizar las oscilaciones de la suma. La velocidad media del giro a la salida depende de la amplitud de las oscilaciones. Para cambiar de relación basta con modificar la amplitud, y esto se realiza mediante el simple desplazamiento de una de las piezas del dispositivo. En [7] se pueden encontrar esquemas de la transmisión y explicaciones detalladas de su funcionamiento. El problema fundamental de este tipo de transmisiones es la oscilación a la salida que se traduce en vibraciones, a veces, inaceptables.

4.2 Transmisión Hidrostática

4.2.1 Motor y Bomba Hidráulicos

Una bomba hidráulica genera líquido a presión cuando se hace girar su eje. Un motor hidráulico gira cuando recibe líquido a presión por su conducto de entrada. Los dispositivos que se describirán en esta sección pueden funcionar indistintamente como bomba o como motor. Estos dispositivos son el corazón de un sistema de transmisión hidrostática.

La Figura 4.5 muestra una bomba/motor hidráulico. El cilindro central (que se muestra extraído del conjunto en la figura) es fijo y está taladrado longitudinalmente por dos conductos (que llamaremos A y B, ver también la sección de la Figura 4.6), uno de entrada y otro de salida. El cilindro está mecanizado en su parte central de manera que deja dos zonas separadas por un tabique (Fig. 4.6). El conducto A llega hasta la zona que llamaremos A, y el B hasta la zona que llamaremos B. Este cilindro, en su posición de funcionamiento, hace las veces de buje para otro más grande que gira sobre él. Este último, es el rotor de la bomba/motor. Aquí se conecta el eje que mueve la bomba, o el eje movido por el motor. El rotor tiene varios cilindros taladrados radialmente y comunicados con su vaciado central. Cada uno de estos cilindros recibe un pistón con libertad de movimientos según su eje. En la vista en perspectiva de la Figura 4.5 se ha dibujado un único pistón, mientras que en las secciones de las Figuras 4.5 y 4.6 se muestra una bomba/motor de cuatro pistones que es un número razonable. Las cabezas de los pistones apoyan, empujados por el aceite a presión y por su propia inercia, contra una camisa cilíndrica que gira sobre rodamientos en el interior de la carcasa fija del conjunto. La carcasa, junto con la camisa, se pueden desplazar radialmente para que el giro de la camisa y del eje sean excéntricos. La excentricidad provoca el movimiento alternativo de los pistones. El grado de excentricidad determina el caudal por revolución.

Para discutir el funcionamiento del dispositivo se supondrá, de momento, que la carcasa está desplazada hacia arriba, y que el rotor gira en el sentido de las agujas del reloj (Figura 4.6). Cuando un pistón recorre la zona A, aumenta el volumen que encierra en su cilindro correspondiente, mientras que este volumen disminuye cuando recorre la zona B. Si se aplica un par al rotor en el mismo sentido que el giro, se estará cargando fluido por el conducto A, y descargándolo a presión por el conducto B. Se tiene una bomba cuyo caudal depende exclusivamente (si se desprecian las pérdidas) de la excentricidad y la velocidad de giro. Si se inyecta fluido a presión por el conducto A, los pistones tienden a abrirse haciendo girar al rotor en el sentido de las agujas del reloj. Se tiene un motor cuya velocidad depende del caudal y la excentricidad.

Si se invierte el giro del rotor de una bomba, los conductos de carga y descarga se intercambian. Si se intercambian los conductos de alta y baja presión de un motor, se invierte el sentido de giro de su rotor.

En la Figura 4.7 se esquematiza una bomba/motor hidráulico de tipo acodado. En este caso, el reglaje del caudal por revolución se realiza modificando el ángulo formado por el eje y los pistones. Para ángulos distintos de cero, se tiene que el volumen encerrado en cada cilindro disminuye cuando éste viaja desde la parte superior de la Figura hasta la parte inferior, y aumenta en la media revolución siguiente. En la Figura no se muestran las conexiones de los conductos de carga y descarga de los pistones, pero es fácil adivinar que se trata de un anillo circular partido por la mitad. Una de estas mitades está en la zona en que el volumen crece, y la otra en la zona en que el volumen disminuye. El funcionamiento

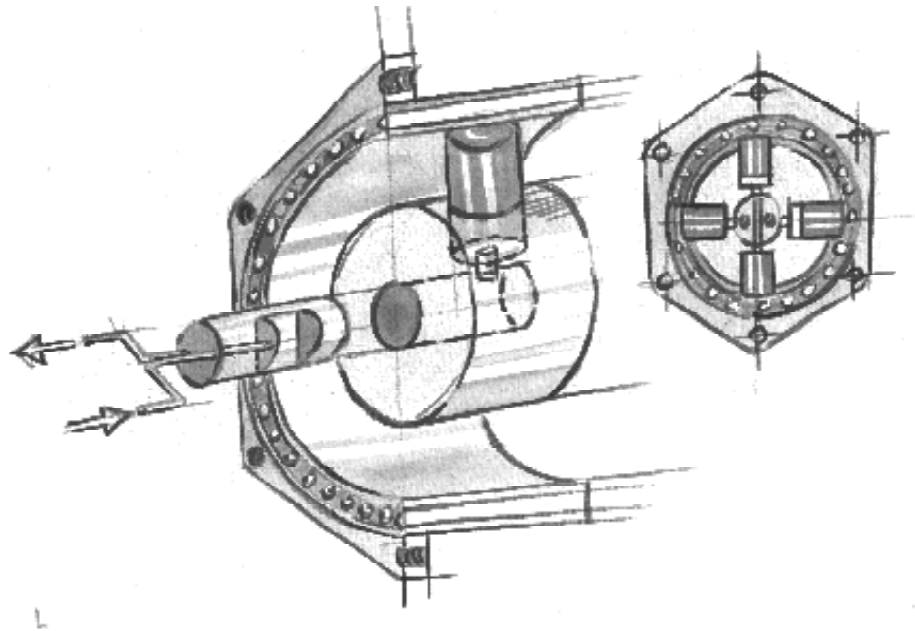


Figura 4.5: Bomba/motor hidráulico.

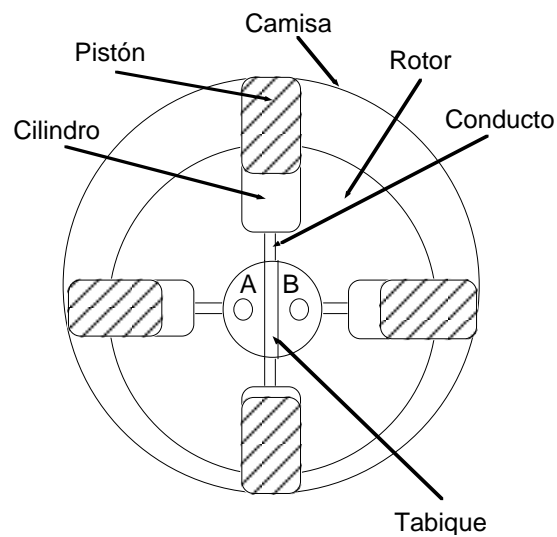


Figura 4.6: Sección de la bomba/motor hidráulico.

es similar al de la bomba de la Figura 4.5. La única diferencia es el mecanismo utilizado para conseguir el movimiento alternativo de los pistones.

Se denomina reglaje o cilindrada (α) al volumen de aceite “desplazado” por la bomba/motor

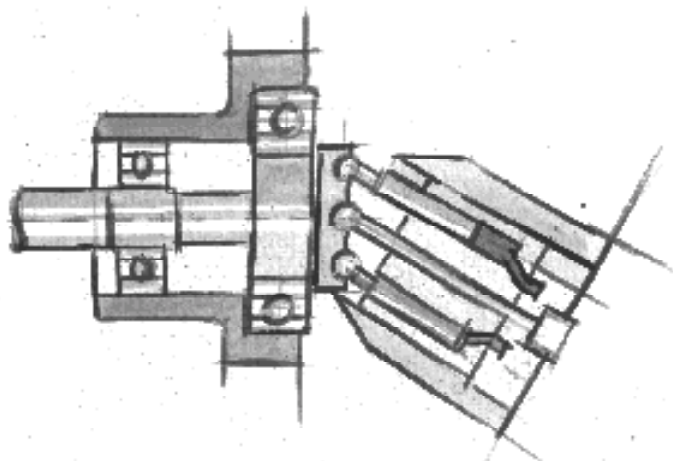


Figura 4.7: Bomba/motor hidráulico acodado.

en cada vuelta de su eje. El caudal que “atraviesa” la bomba/motor viene dado por:

$$q = n\alpha/60 \quad (4.1)$$

donde n es la velocidad en revoluciones por minuto, y donde el reglaje debiera expresarse en m^3 para que el caudal resulte en unidades del sistema internacional (m^3/s). Es preferible, no obstante, utilizar Rad/s para la velocidad, en cuyo caso:

$$q = \frac{\omega}{2\pi}\alpha \quad (4.2)$$

El valor q se refiere al caudal medio y no al instantáneo. El caudal instantáneo es pulsante debido a la existencia de un número finito de pistones en la bomba. El caudal desplazado por cada uno de los pistones varía de manera senoidal con el giro del rotor durante media revolución, y se anula en la siguiente. El caudal a la salida de la bomba es suma del caudal proporcionado por cada uno de los pistones. El desfase entre pistones consecutivos consigue suavizar sensiblemente las pulsaciones de caudal. Los caudales son más uniformes cuando el número de pistones es impar que cuando es un número par próximo. Las pulsaciones de caudal se traducen en variaciones de par que dependen, además, de la inercia de la carga (motor) o del dispositivo motriz (bomba). No obstante, en general, es suficiente considerar el caudal como constante.

El equilibrio de potencias en la bomba/motor es de una gran simplicidad cuando se desprecian las pérdidas del dispositivo. En efecto, cuando funciona como bomba, la potencia entra por el rotor y se acumula en forma de energía potencial del aceite. Mientras que cuando funciona como motor, el aceite pierde energía potencial (pierde presión) que se transforma en potencia en el eje de salida. En cualquiera de los dos casos, la potencia que entra es igual a la que sale:

$$T\omega - qp = 0 \quad (4.3)$$

donde T y ω son, respectivamente, el par y la velocidad del eje de la bomba/motor, mientras que q y p son, respectivamente, el caudal y el salto de presiones del aceite. El

término positivo en 4.3, cualquiera que sea, indica la potencia que entra en el dispositivo, mientras que el término negativo indica la potencia que sale. La dirección de la velocidad del eje, cualquiera que sea, se toma positiva, el par se considera positivo cuando tiene la misma dirección que la velocidad. El caudal, cualquiera que sea su dirección, se toma positivo, y el salto de presiones se mide como la presión aguas abajo menos la presión aguas arriba. Cuando funciona como bomba, el par tiene la misma dirección que la velocidad, y la presión aumenta aguas abajo. Por tanto, el término $T\omega$ es positivo, la potencia entra por el eje, mientras que el término $-qp$ es negativo, el aceite extrae potencia. Cuando funciona como motor, el par tiene dirección contraria a la velocidad, y la presión disminuye aguas abajo. Por tanto, el término $T\omega$ es negativo, la potencia sale por el eje, mientras que el término $-qp$ es positivo, el aceite entrega potencia.

Puesto que el caudal es función exclusiva de la velocidad y del reglaje (cuando se desprecian las pérdidas, ecuación 4.2), se tiene (de 4.3) una relación directa entre el par en el eje y el salto de presiones:

$$T = \frac{1}{2\pi} \alpha p \quad (4.4)$$

lo cual se podría obtener, aunque de manera infinitamente más complicada, del balance de los momentos producidos por las fuerzas y presiones sobre el eje.

4.2.2 Circuitos Hidráulicos

En esta sección se describen diversos circuitos de utilidad en instalaciones hidrostáticas. El análisis estará basado en las siguientes hipótesis simplificadoras. No existen pérdidas térmicas, ni fugas, en las bombas/motores. No existen pérdidas de carga en los conductos. El aceite es incompresible y el sistema está en régimen estacionario.

Se denomina “primario” al dispositivo donde, en condiciones normales de funcionamiento, se genera la potencia hidráulica. Se prefiere el término primario al de bomba porque, en algunas condiciones, se puede invertir el flujo de potencia. El primario está movido por un motor (de combustión interna, eléctrico,...) que gira a la velocidad ω_1 y proporciona un par T_1 . Será necesario recordar que estas dos variables (ω_1 y T_1) no son independientes, sino que están relacionadas por las características del motor. El secundario está conectado a una carga que gira a la velocidad ω_2 y que ofrece una resistencia representada por el par T_2 .

Primario y Secundario de Cilindrada Constante. Circuito Abierto.

La Figura 4.8 corresponde al esquema de una transmisión en donde, tanto el primario como el secundario, son de cilindrada constante. La bomba aspira de un depósito a presión atmosférica, donde se realiza también la descarga del motor. En ausencia de fugas, el caudal que atraviesa el primario es igual al que atraviesa el secundario: $q_1 = q_2$. Por otra parte, los caudales están relacionados con la cilindrada y la velocidad (ec. 4.2): $q_1 = \alpha_1 \omega_1 / 2\pi = q_2 = \alpha_2 \omega_2 / 2\pi$, de donde se obtiene la relación de transmisión:

$$r = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (4.5)$$

Puesto que las cilindradas son fijas, la relación de transmisión es única.

La relación entre los pares en el primario y secundario se obtiene de la ecuación 4.4. Puesto que el salto de presiones en la bomba es igual, aunque de sentido contrario, al salto

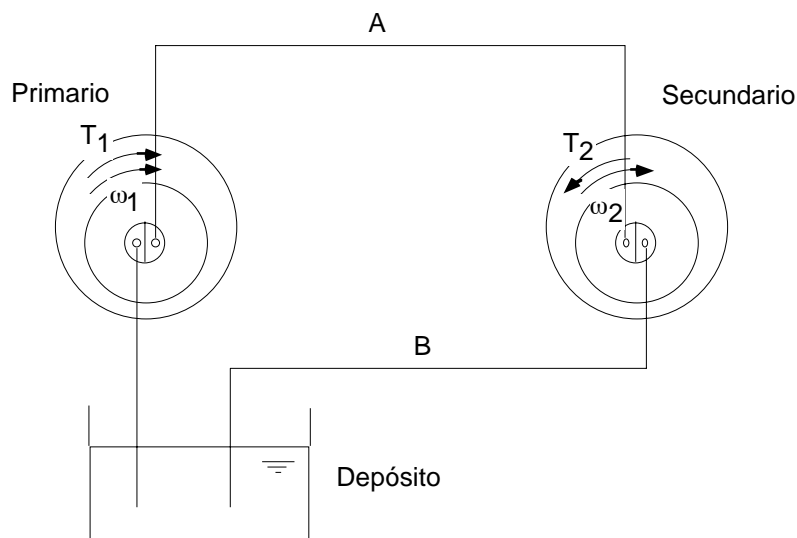


Figura 4.8: Primario y secundario de cilindrada constante. Circuito abierto..

en el motor, se tiene que $T_1 = \frac{1}{2\pi}\alpha_1 p$ y $T_2 = -\frac{1}{2\pi}\alpha_2 p$, y por tanto:

$$T_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} T_1 \quad (4.6)$$

Esta transmisión funciona de manera similar a como lo hace una reductora (un tren de engranajes), pero con una diferencia fundamental: no retiene. En efecto, cuando se trata de mover la carga, el primario trabaja como bomba impulsando aceite a presión al secundario que funciona como motor. La rama de alta presión es la que comunica la salida de la bomba con la entrada del motor (rama A, Fig. 4.8). En una retención, sin embargo, la carga arrastra al secundario que debe funcionar como bomba girando en el mismo sentido. Pero en este caso, el conducto de alta presión debería ser la rama B (Fig. 4.8). Sin embargo, este conducto está forzado a mantenerse a presión atmosférica (recuérdese que se desprecia la pérdida de carga en el conducto), su presión no puede aumentar. Utilizando la analogía eléctrica se puede decir que la rama B está a tierra. La diferencia de presiones entre B y A sólo puede conseguirse bajando la presión de A por debajo de la atmosférica, pero pronto se encuentra el límite marcado por la cavitación del aceite. El salto de presiones no puede ser grande, y el par T_2 , que está directamente relacionado con esta diferencia de presiones (ver ec. 4.4), no puede crecer. La transmisión apenas retiene. Una reductora con un embrague unidireccional sería un sistema equivalente al descrito.

Primario y Secundario de Cilindrada Constante. Circuito con Válvula de Retorno.

La única diferencia entre el sistema de la Figura 4.9, que se describe en esta sección, y el de la Figura 4.8, descrito en la sección anterior, es la conexión de las ramas A y B por una válvula de retorno regulable que interpone una pérdida de carga entre las ramas. Esta pérdida de carga puede llegar a ser igual a la diferencia de presiones entre A y B cuando

la válvula se cierra completamente. La analogía eléctrica identificaría esta válvula con un potenciómetro que puede llegar a abrir el circuito.

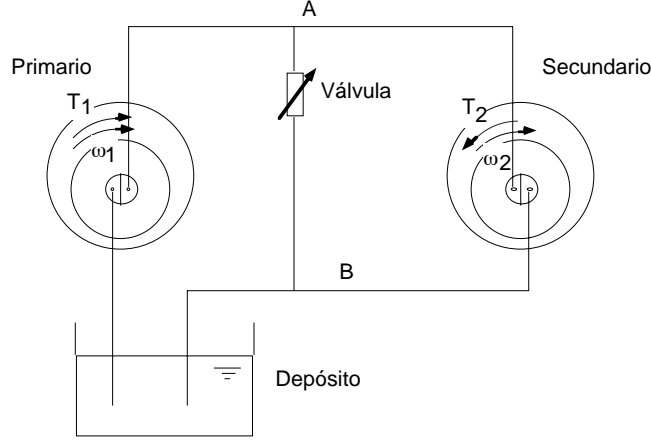


Figura 4.9: Primario y Secundario de Cilindrada Constante. Circuito con Válvula de Retorno.

El circuito se comporta de manera idéntica al anterior cuando la válvula está cerrada. Sin embargo, si se abre parcialmente, parte del caudal de la bomba se deriva hacia el retorno, y entonces:

$$q_1 = q_2 + \lambda q_1 \quad (4.7)$$

donde λ es la fracción de caudal generado por la bomba que se deriva hacia la válvula. Por tanto:

$$\frac{1}{2\pi} \alpha_1 \omega_1 = \frac{1}{2\pi} \alpha_2 \omega_2 + \lambda \frac{1}{2\pi} \alpha_1 \omega_1 \quad (4.8)$$

y la relación de transmisión viene dada por:

$$r = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} (1 - \lambda) \quad (4.9)$$

que es inferior a la que se obtiene con la válvula completamente cerrada ($\lambda = 0$). El salto de presiones en la bomba es igual, y de sentido contrario, al salto en el motor. Por tanto, de la ecuación 4.4 se tiene que la relación de pares sigue siendo la del circuito de la sección anterior:

$$T_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} T_1 \quad (4.10)$$

El balance de potencias permite obtener las pérdidas en la válvula:

$$P_v = T_1 \omega_1 + T_2 \omega_2 = T_1 \omega_1 \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} r \right) = T_1 \omega_1 \lambda \quad (4.11)$$

Esta potencia se transforma en calor del aceite al atravesar la válvula y puede evacuarse haciéndolo pasar por un intercambiador de calor antes de devolverlo al depósito.

Esta transmisión permite poner en marcha el vehículo de la misma manera en que lo haría una transmisión con embrague de fricción. De hecho, el circuito es equivalente a una reductora con embrague unidireccional que contara, además, con un embrague de fricción.

En efecto, la apertura y cierre del embrague de fricción es equivalente a la apertura y cierre de la válvula de retorno. Con la válvula abierta, la transmisión de potencia está interrumpida. El cierre progresivo de la válvula hace variar la relación de transmisión (desde 0 hasta α_1/α_2) con independencia de la relación de pares. Durante este proceso se pierde energía hasta que la válvula cierra completamente. Lo mismo ocurre en un embrague de fricción. De nuevo, el circuito no retiene.

Primario de Cilindrada Variable. Circuito Abierto.

La Figura 4.10 corresponde al esquema de una transmisión en donde el primario es de cilindrada variable. Las ecuaciones 4.5 y 4.6 son aplicables a este caso. Pero, ahora, la cilindrada α_1 es variable y, por tanto, la relación de transmisión ($r = \alpha_1/\alpha_2$) varía linealmente con α_1 desde 0 hasta un valor máximo. Se trata, por tanto, de una transmisión continuamente variable de interés en automoción. Sin embargo, esta instalación presenta una serie de inconvenientes derivados de tener el circuito de descarga a presión atmosférica. El motor no se puede utilizar para frenar (retener) la carga porque la presión no puede crecer en la rama B. De la misma manera, la transmisión no tiene marcha atrás puesto que para ello el primario tendría que regularse de manera que impulse aceite a la rama B y aspire de la A. Por último, la velocidad del fluido (y del vehículo) está limitada por los problemas de cavitación en el circuito de entrada a la bomba. La presión en la boca de la bomba es menor que la que se tiene en el depósito como consecuencia de la pérdida de carga en el circuito de entrada (despreciada en el análisis cuantitativo). A mayor velocidad del aceite, mayor pérdida de carga. La bomba deja de aspirar cuando este salto de presiones hace cavitarse el aceite.

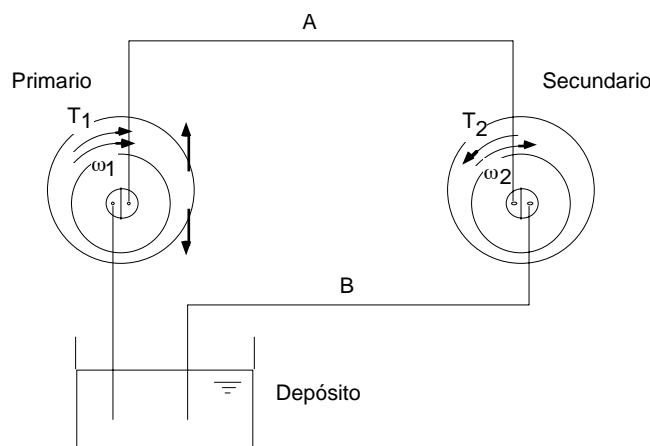


Figura 4.10: Primario de Cilindrada Variable. Circuito Abierto.

Circuito Cerrado.

Todos los problemas de las instalaciones descritas hasta el momento desaparecen cuando se dispone de un circuito cerrado y presurizado. En la Figura 4.11 se muestra una transmisión con primario de cilindrada variable y secundario fijo. Tanto la rama A como la B conectan

directamente el primario con el secundario. La presión puede crecer en cualquiera de las dos ramas dependiendo de las condiciones de funcionamiento. En condiciones normales la bomba aspira de la rama B y descarga a alta presión en la A. El motor acepta aceite a alta presión de la rama A y lo expulsa a baja presión en la B. Cuando se desea frenar la carga, el secundario funciona como bomba aspirando de A y descargando a alta presión en B. El primario funciona como motor recibiendo a alta presión de B y expulsando en A. Se invierte el signo del salto de presiones, aunque no el caudal. Por otra parte, el circuito permite disponer de “marcha atrás” si la regulación del primario es tal que admite impulsar en sentido contrario. En este caso, el primario gira en el sentido habitual pero impulsa a la rama B. El secundario se ve forzado a girar en sentido contrario. Es interesante señalar que en “marcha atrás” se dispone también de infinitas relaciones. El vehículo puede funcionar exactamente igual en las dos direcciones. Esto es interesante en vehículos ferroviarios, en grúas, y en vehículos para el movimiento de tierra.

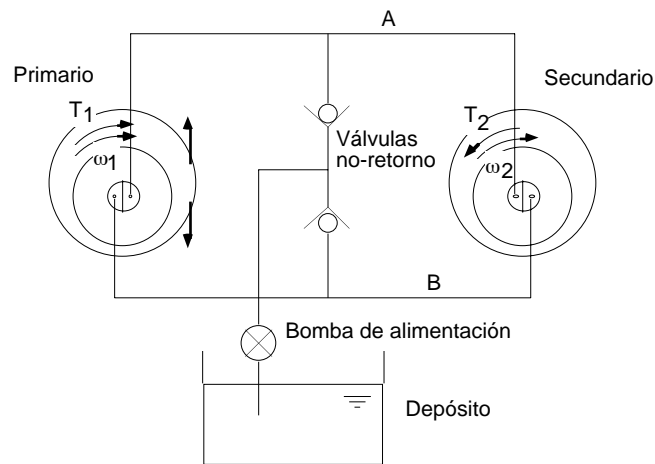


Figura 4.11: Primario de Cilindrada Variable. Circuito cerrado.

El límite de velocidad (por problemas de cavitación) puede hacerse suficientemente elevado mediante la presurización inicial del circuito. Las ramas A y B están alimentadas por una bomba auxiliar que aspira del depósito de reserva. La conexión se hace mediante válvulas de no-retorno (diodos) para hacer compatible la alimentación con los aumentos de presión en las ramas. Antes de poner en funcionamiento la transmisión se presuriza todo el circuito a un valor moderado. Con la transmisión en funcionamiento bajará la presión a la entrada de la bomba, pero tendría que bajar desde la presurización inicial hasta la presión de cavitación para que aparecieran problemas. El margen de presiones es, por tanto, mayor, y el límite de velocidad del fluido más alto.

Varios Secundarios.

Una de las ventajas más claras de las transmisiones hidrostáticas es su capacidad para establecer repartos de par entre varios ejes con independencia de la velocidad de los mismos. Este efecto diferencial en las bifurcaciones se consigue de manera natural sin la necesidad de mecanismos costosos. En la Figura 4.12 se muestra un circuito cerrado con un primario

variable y N secundarios fijos. Las entradas a todos los secundarios están conectadas a la misma rama. Lo mismo se puede decir de las salidas. Por tanto, despreciando las pérdidas de carga en las conducciones, se tiene el mismo salto de presión en el primario que en cada uno de los secundarios. El par de entrada al primario es $T_1 = (1/2\pi)\alpha_1 p$, y el par de salida en el secundario i es $T_i = (1/2\pi)\alpha_i p$. El par en cada eje de salida es proporcional al de entrada (T_1) y a la cilindrada del motor conectado al eje (α_i):

$$T_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_1} T_1 \quad i = 2, \dots, N + 1 \quad (4.12)$$

El caudal “generado” en el primario ($q_1 = (1/2\pi)\alpha_1\omega_1$) se “consume” en los secundarios ($q_i = (1/2\pi)\alpha_i\omega_i$). El balance de caudales obliga a que:

$$q_1 = \sum_{i=2}^{N+1} q_i \Rightarrow \alpha_1\omega_1 = \sum_{i=2}^{N+1} \alpha_i\omega_i \quad (4.13)$$

Las velocidades de los secundarios pueden tener cualquier valor siempre que cumplan la ligadura 4.13.

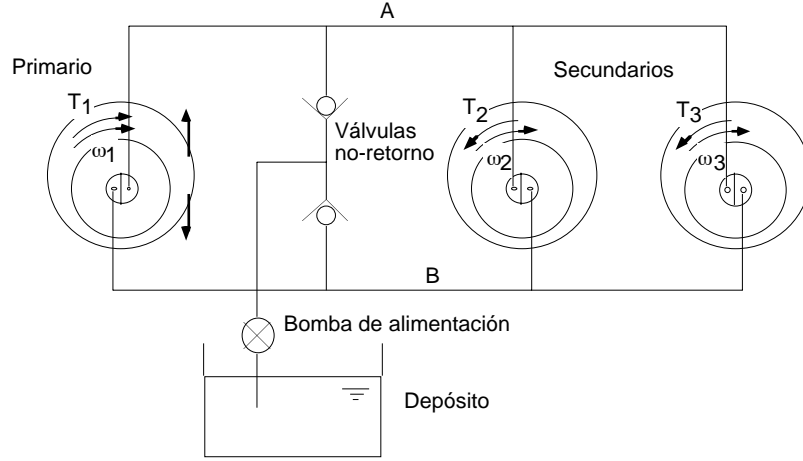


Figura 4.12: Varios secundarios.

El reparto de par y la ligadura en velocidades son las ecuaciones típicas de los sistemas diferenciales. Sea un eje motriz de un vehículo formado por dos semiejes. A cada uno de ellos se conecta un secundario de la misma cilindrada ($\alpha_2 = \alpha_3$). La ecuación 4.12 obliga a la igualdad de pares en cada semieje:

$$T_2 = T_3 \quad (4.14)$$

Las velocidades de los semiejes pueden ser distintas aunque están relacionadas con la de la bomba mediante la ecuación:

$$\omega_2 + \omega_3 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \omega_1 \quad (4.15)$$

Estas dos condiciones son idénticas a las encontradas en un diferencial ordinario. Para conseguir repartos asimétricos de par bastará con tener secundarios de distinta cilindrada. Por ejemplo, en excavadoras de tracción integral, se pueden tener motores de menor cilindrada en las ruedas delanteras que en las traseras.

Instalaciones a Presión Constante.

En ocasiones se utiliza una única bomba para generar potencia hidráulica que podrá usarse en diferentes dispositivos. Por ejemplo, una excavadora puede contar con un generador de presión hidráulica para accionar, tanto los brazos articulados, como los motores hidráulicos de tracción. Las instalaciones a presión constante tienen ventajas cuando se deben alimentar varias cargas diferentes. Al igual que la mayoría de los circuitos eléctricos se diseñan para utilizar una tensión de alimentación prácticamente constante, independiente de la carga (fuente de tensión), los circuitos hidráulicos se pueden diseñar para utilizar una presión de alimentación constante. Para poder utilizar estas fuentes de alimentación en la tracción de automóviles, se deben utilizar secundarios de cilindrada variable.

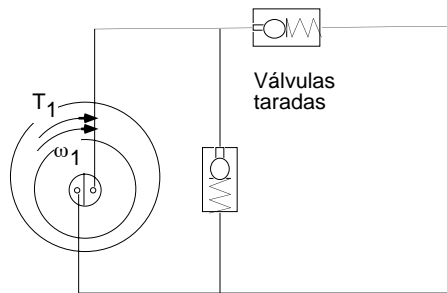


Figura 4.13: Instalación a presión constante.

La estabilización de la presión se consigue con una válvula tarada a la salida de la bomba (Figura 4.13). Si la presión aumenta por encima de la presión de trabajo P_a , se abre el retorno, aumenta el caudal, y la presión disminuye. Por otra parte, la válvula se mantiene cerrada con presiones inferiores a P_a , con lo que se tapona la salida, el caudal se reduce a cero, y la presión aumenta rápidamente. El resultado es una presión de salida estabilizada en valores cercanos a P_a .

Existen muchos ejemplos de instalaciones hidráulicas a presión constante. El caso de las excavadoras y grúas pesadas es típico. La salida de la fuente de presión está conectada a las válvulas que regulan el caudal de los gatos hidráulicos. El control de estas válvulas permite accionar los distintos brazos articulados. La misma rama de alimentación se conecta a la entrada de los motores de tracción de cilindrada variable. El par entregado por estos motores se controla variando su cilindrada. La misma alimentación hidráulica se puede utilizar para accionar los servofrenos. Otro ejemplo típico es el de la circuitería hidráulica de las aeronaves. La línea de potencia hidráulica alimenta a los gatos de control de spoilers y alerones, a los motores que hacen girar los “sinfin” de los flaps, y a los sistemas de frenado.

4.2.3 Pérdidas

Las pérdidas en instalaciones hidráulicas se deben a las fugas de aceite entre pistones y cilindros, a la pérdida de carga hidrodinámica como consecuencia del flujo en el interior del dispositivo y en los conductos, y a los rozamientos secos y viscosos entre las piezas móviles. Las fugas se traducen en una disminución del caudal efectivo que “atraviesa” la

bomba o motor. La pérdida de carga, y los rozamientos seco y viscoso, se traducen en pares adicionales que se suman al que entra, si se trata de una bomba, o se restan del que sale, si se trata de un motor.

El caudal que se fuga del dispositivo hidráulico (y que, en general, se conduce de vuelta al depósito) puede considerarse proporcional a la presión y a la cilindrada máxima (relacionada con el tamaño), e inversamente proporcional a la viscosidad:

$$q_f = c_f \frac{1}{\mu} \alpha_0 p \quad (4.16)$$

donde q_f es el caudal de fuga, c_f es un coeficiente de proporcionalidad, α_0 es la cilindrada máxima, p el salto de presiones, y μ es la viscosidad. Ésta, la viscosidad, puede tomarse a la temperatura del aceite en el depósito de alimentación, y modificar el coeficiente c_f para tener en cuenta que el aceite en contacto con las superficies por las que fuga está a mayor temperatura.

El par adicional necesario para combatir la pérdida de carga es proporcional a la densidad del aceite, al cuadrado de su velocidad, y a la cilindrada máxima. Por otra parte, la velocidad del aceite es proporcional a la velocidad de giro de la bomba/motor, a la cilindrada, y a la dimensión característica que se puede tomar como la raíz cúbica de la cilindrada máxima. Por tanto:

$$T_h = c_h \rho \omega^2 \alpha^2 \alpha_0^{\frac{5}{3}} \quad (4.17)$$

donde T_h es el par debido a pérdidas hidrodinámicas, c_h un coeficiente de proporcionalidad, ρ la densidad, ω la velocidad de giro, y α la cilindrada. El coeficiente c_h puede modificarse para incluir las pérdidas de carga en los conductos de conexión entre dispositivos.

El par adicional necesario para hacer frente al rozamiento seco (T_r) se puede tomar como proporcional al salto de presión y a la cilindrada máxima:

$$T_r = c_r p \alpha_0 \quad (4.18)$$

donde c_r es una constante de proporcionalidad.

Por último, el par adicional necesario para combatir el rozamiento viscoso (T_v) se puede tomar como proporcional a la viscosidad efectiva, a la velocidad de giro y a la cilindrada:

$$T_v = c_v \omega \mu \alpha_0 \quad (4.19)$$

donde c_v es una constante de proporcionalidad. De nuevo, la viscosidad puede tomarse a la temperatura del aceite en el depósito de alimentación, y modificar el coeficiente c_v para tener en cuenta que el aceite en contacto con las superficies en movimiento está a mayor temperatura.

El par necesario para vencer las pérdidas (T_p) es suma de los tres anteriores:

$$T_p = c_r \alpha_0 |p| + c_v \omega \mu \alpha_0 + c_h \rho \omega^2 \alpha^2 \alpha_0^2 \quad (4.20)$$

donde se ha eliminado el signo de p para que resulte un par positivo tanto en bombas como en motores. El equilibrio de potencias en el dispositivo hidráulico se escribe ahora como:

$$(T - T_p) \omega - (q - q_f) p = 0 \quad (4.21)$$

Los términos positivos indican potencias que entran y los negativos potencias que salen. El caudal q se mide en la línea de alta presión. Es decir, es caudal que sale de la bomba y llega al motor. El caudal en la línea de baja presión coincide con $\alpha\omega/2\pi$ porque las fugas en los pistones cuando recorren la zona de baja presión pueden despreciarse. En una bomba, el caudal que sale (q) es igual al que entra ($\alpha\omega/2\pi$) menos las fugas ($|q_f|$). En un motor, el caudal que entra (q) es igual al que sale ($\alpha\omega/2\pi$) más las fugas ($|q_f|$). Puesto que la expresión 4.16 es positiva para bombas ($p > 0$) y negativa para motores ($p < 0$), se tiene que:

$$q - q_f = \frac{\alpha\omega}{2\pi} \quad (4.22)$$

tanto en bombas como motores. Por tanto, de 4.21, se obtiene el par:

$$T = \frac{\alpha p}{2\pi} + T_p \quad (4.23)$$

En una bomba ($p > 0$), la potencia que entra por el eje ($T\omega > 0$) se utiliza en vencer las pérdidas ($-T_p\omega < 0$), y en generar un caudal $q = \alpha\omega/2\pi - q_f$ (inferior a $\alpha\omega/2\pi$) de fluido a la presión p . Es decir, en generar una potencia hidráulica pq . En un motor ($p < 0$), la potencia que entrega el fluido ($-pq > 0$) se emplea en producir potencia mecánica en el eje ($T\omega < 0$), en vencer las pérdidas ($-T_p\omega < 0$), y el resto se disipa en las fugas ($q_fp > 0$).

Bibliografía

- [1] Aparicio F.; *El Mecánico de Automóviles. Tecnología de Automoción*. Paraninfo, 1977.
- [2] Arias-Paz; *Tractores*. Dossat, 1982.
- [3] Arias-Paz M.; *Manual de Automóviles*. Dossat, S. A, 1990.
- [4] ASME; *Advanced Automotive Technologies–1989*, DSC– Vol.13. ASME, 1989.
- [5] ASME; *Hydrostatic Transmissions for Vehicle Application*. MEP, 1981.
- [6] BOSH; *Automotive Handbook*. Bosch, 1986.
- [7] Campillo Arrabal G.; *Diseño de un Prototipo de Sistema de Transmisión de Relación Continuamente Variable*. Proy. Fin de Carrera, ESI, Universidad de Sevilla, 1997.
- [8] Cascales J., Pelegrín J.; *Mecánica de Automóviles*. Paraninfo, 1989.
- [9] Conde de la Cruz J.; *Modelado y Análisis de un Sistema de Transmisión a las Cuatro Ruedas*. Proy. Fin de Carrera, ESI, Universidad de Sevilla, 1996.
- [10] Crouse W.H., Anglin D.L.; *Mecánica de la Motocicleta*. Marcombo, 1992.
- [11] Cummins L.; *Internal Fire*. SAE, 1989.
- [12] Chironis N.P.; *Mechanisms & Mechanical Devices Sourcebook*. McGraw-Hill, INC, 1991.
- [13] Chudakov D.A.; *Fundamentos de la Teoría y el Cálculo de Tractores y Automóviles*. MIR, 1977.
- [14] Faisandierv J.; *Mecanismos Hidráulicos*. Continental, 1962.
- [15] Gott P.G.; *Changing Gears: The Development of the Automotive Transmission*. SAE, 1991.
- [16] Gurévich A.M., Sorokin E.M.; *Tractores y Automóviles*. MIR, 1978.
- [17] Heisler H.; *Advanced Vehicle Technology*. Edward Arnold, 1989.
- [18] Heitner J.; *Mecánica Automotriz. Principios y Prácticas*. Diana, 1972.
- [19] Hillier V.A.W., Pittuck F.; *Fundamentals of Motor Vehicle Technology*. Hutchinson, 1981.

- [20] Jones Ch. R.; *Heavy Duty Drivetrains– The System and Component Application*. SAE, 1991.
- [21] Lafont P.; *Cálculo de Engranajes Paralelos*. ESII Universidad Politécnica de Madrid, 1991.
- [22] Lafont P.; *Mecanismos Planetarios*. ESII Universidad Politécnica de Madrid, 1992.
- [23] Moliner P.R.; *Engranajes*. ESII de Barcelona.
- [24] Pérez Gil J.M.; *Transmisión de un Automóvil con Tracción Permanente a las Cuatro Ruedas*. Proy. Fin de Carrera, ESI, Universidad de Sevilla, 1995.
- [25] SAE; *Automotive Transmission Advancements*. SAE, 1991.
- [26] SAE; *Transmission and Driveline Developments for Trucks*. SAE, 1991.
- [27] SAE; *Transmission and Driveline Design*. SAE, 1991.
- [28] SAE; *Manual on Design and Manufacture of Coned Disk Springs(Belleville Springs) and Spring Washers*. SAE, 1988.
- [29] SAE; *Continuously Variable Transmissions for Passenger Cars*. SAE, 1987.
- [30] SAE; *Electric Vehicles: A Decade of Transition*. SAE, 1992.
- [31] SAE; *Recent Advances in Electric Vehicle Technology*. SAE, 1989.
- [32] SAE; *Electric Vehicle Design and Development*. SAE, 1991.
- [33] SAE; *Universal Joint and Driveshaft Design Manual*. SAE, 1979.
- [34] Seiffert U., Walzer P.; *Automobile Technology of the Future*. SAE, 1991.
- [35] Thoma J.; *Transmisiones Hidrostáticas*. Gustavo Gili, 1968.

Índice alfabético

- acoplamientos hidráulico, 64
- Bernoulli, 65
- bomba, 104
 - acodada, 104
 - centrífuga, 64
 - excéntrica, 104
- caja de cambios, 33, 36
 - de trenes epicicloides, 35, 38
 - de trenes ordinarios, 33, 36
 - real, 36, 38
 - simplificada, 33, 35
- Cardan, 77
- centro
 - de curvatura, 82
 - instantaneo de rotacion, 85
- cerrojo, 34, 36
- cicloide, 29
- convertidor de par, 69
- cuñas, 73
- diferencial
 - epicicloidal, 88
 - ordinario, 86
 - torsen, 93
- diodo, 40, 73
- embrague, 39, 40, 50
 - centrífugo, 52
 - de perro, 34, 36
 - semi-centrífugo, 52
 - unidireccional, 40, 73
- engranaje, 29
- Epilogics, 103
- estator, 69
- evolvente, 29
- freno, 40
- junta
 - Cardan, 77
 - Rzeppa, 81
 - Weiss, 80
- lubricación, 37
- motor, 10, 13
 - de combustión, 15
 - de vapor, 15
 - eléctrico, 15
 - hidráulico, 104
- perro, 34, 36
- potencia, 10
 - óptima, 13
 - al freno, 10
 - cinética, 12
 - disipada, 12
 - indicada, 10
 - potencial, 12
- pérdidas
 - en acoplamientos hidráulicos, 67
 - en cajas de cambio, 37
 - en embragues, 54
 - en engranajes, 29
 - en transmisiones hidrostáticas, 113
 - en transmisión de rodillos, 99
- recubrimiento, 29
- rendimiento, 69, 71
- resistencia
 - a la rodadura, 12
 - aerodinámica, 12
 - por pendiente, 12
- rodillos, 73
- rueda dentada, 29
- Rzeppa, 81
- torsen, 93
- transmisión

- automática, 46, 47
- eléctrica, 7
- hidrodinámica, 5, 47
- hidrostática, 6, 104, 110
- manual, 44
- mecánica, 4, 44, 46
- tren de engranajes, 29
 - epicicloidal, 32
 - ordinario, 31
- trinquete, 73
- turbina, 64
- Van Doorne, 101
- Weiss, 80